PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 14. 15. Juli 1910. Redaktionsschluß für No. 15 am 18. Juli 1910. 11. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

F. A. Lindemann, Über die Berechnung molekularer Eigenfrequenzen. S. 609.

P. P. Koch, Bemerkungen zu dem behaupteten Unterschied zwischen longitudinalem und transversalem Zeemaneffekt. S. 612.

E. v. Schweidler, Zur experimentellen Entscheidung der Frage nach der Natur der γ-Strahlen. II. S. 614.

F. Ehrenhaft, Über eine neue Methode zur Messung von Elektrizitätsmengen an Einzelteilchen, deren Ladungen die Ladung des Elektrons erheblich unterschreiten und auch von dessen Vielfachen abzuweichen scheinen. S. 619.

K. Przibram, Über die Ladungen im Phosphornebel. S. 630.

T. S. Carter, Absorption und Fluoreszenz des Rubidiumdampfes. S. 632.

R. Plank, Gleichungen und Tabellen für gesättigte und überhitzte Stickstoffdämpfe. S. 633.

L. Schiller, Alarmvorrichtung zum Luftdruckvariometer für Ballonfahrten. S. 643.

M. Th. Edelmann, Erregung von Stimmgabeln durch Preßluft. S. 645.

W. Krebs, Seltene Erscheinungen auf der Sonne. Grüne Strahlung und chromosphärisches Netz. S. 645.

L. Kann, Über neue Resonanzerscheinungen in Wechselstromkreisen. S. 648.

Vorträge und Reden:

A. L. Bernoulli, Neuere Einwände gegen die Helmholtzsche Theorie des Hörens. S. 649.

Besprechungen:

Wo. Ostwald, Grundriß der Kolloidchemie. S. 654.

Handbuch der medizinischen Anwendungen der Elektrizität einschließlich der Röntgenstrahlen. S. 655.

Berichtigung. S. 655.

Tagesereignisse. S. 656.

Personalien. S. 656.

Gesuche. S. 656.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Berechnung molekularer Eigenfrequenzen [1]).

Von F. A. Lindemann.

Es ist in letzter Zeit gezeigt worden[2]), daß sich der Verlauf der Atomwärmen verschiedener Elemente und Verbindungen durch die von Einstein[3]) vorgeschlagene Funktion

$$c = \frac{3R}{n} \sum_{\nu_i}^{\nu_n} \frac{\left(\frac{\beta\nu_i}{T}\right)^2 e^{\frac{\beta\nu_i}{T}}}{\left(e^{\frac{\beta\nu_i}{T}} - 1\right)^2}$$

wiedergeben läßt, sofern man durch ein empirisches additives Glied, für welches vorläufig die Funktion $\gamma T^{3/2}$ gewählt wurde, der Arbeit Rechnung trägt, die bei der Wärmeausdehnung gegen die Kohäsionskräfte geleistet wird. Hierbei bedeutet R die Gaskonstante, n die Anzahl der vorhandenen verschiedenen Eigenfrequenzen, ν_i eine der betreffenden Eigenfrequenzen, T die absolute Temperatur und β den Quotienten $\frac{h}{k}$ des Planckschen Strahlungsgesetzes $= 4{,}865 \cdot 10^{-11}$ [4]), γ ist eine, jeder Substanz eigentümliche Konstante. Es soll im folgenden das zweite Glied $\gamma T^{3/2}$ vernachlässigt werden, da es für gewöhnlich nicht sehr ins Gewicht fällt; wenn diese Arbeit gegen die Kohäsionskräfte später genauer bekannt sein wird, kann man sie übrigens ohne weiteres in die folgenden Gleichungen einführen. Bei manchen Substanzen mit komplizierter gebauten Molekülen muß man mehrere Eigenfrequenzen annehmen. Dagegen hat sich gezeigt, daß man bei den meisten Elementen, wie auch bei einigen einfachen anorganischen Verbindungen, mit einer Eigenfrequenz auskommen kann. Es soll hier untersucht werden, ob man nicht a priori etwas über ihre Größe aussagen kann.

Es läßt sich leicht zeigen, daß bei kleinen Schwingungsweiten die Kräfte, die ein Teilchen in seine Ruhelage zurücktreiben, proportional seiner Entfernung aus derselben sind[1]). Dieses Resultat ist unabhängig von der Funktion, durch welche die Abnahme der zwischen zwei Teilchen wirkenden Kraft mit der Entfernung ausgedrückt wird. Man kann also setzen

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -\alpha x,$$

wobei m die Masse des Teilchens, x seine Entfernung aus der Ruhelage, t die Zeit und α gewissermaßen den Elastizitätskoeffizienten bedeutet. Die Lösung der Gleichung heißt:

$$x = A \cos\left(t\sqrt{\frac{\alpha}{m}} - \varepsilon\right),$$

d. h. das Teilchen führt Sinusschwingungen aus mit der Frequenz

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\alpha}{m}},$$

1) Aus dem Physikalisch-chemischen Institut der Universität Berlin.

2) A. Magnus u. F. A. Lindemann, Zeitschr. für Elektrochemie **8**, 269, 1910.

3) Ann. d. Phys. **22**, 180, 1907. — Übrigens ist die obenstehende Formel etwas allgemeiner, doch, wie ich glaube, im Sinne der Einsteinschen Theorie, gefaßt.

4) M. Planck, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung. S. 162.

1) Aus Symmetriegründen folgt, daß bei einem homogenen einatomigen Körper auf ein Teilchen in der Ruhe-

Nimmt man nun an, daß am Schmelzpunkt die lebendige Kraft der Teilchen und somit die Amplitude der Schwingungen so groß ist, daß die Atome, bzw. deren Wirkungssphären, direkt zusammenstoßen, dann wird, wie bei einem Gase, die Energie unmittelbar durch Stoß übertragen und die ganze Gleichgewichtslage kommt in Bewegung. Die Temperatur kann jetzt nur gesteigert werden, nachdem die mittlere kinetische Energie der translatorischen Bewegung der Gleichgewichtslagen gleich der mittleren kinetischen Energie der Atome eines einatomigen Gases gleicher Temperatur geworden ist. Dies ließe eine molekulare Schmelzwärme von $\frac{3}{2} R T_s$ erwarten, wenn die Flüssigkeit gar nicht polymerisiert ist und wenn bei konstantem Volumen geschmolzen wird. Der Größenordnung nach kann dies wohl stimmen, aber es würde zu weit führen, an dieser Stelle nach obigen Gesichtspunkten die, allerdings verbesserungsfähige, jetzige Theorie der Flüssigkeiten umzuformen und mit den Tatsachen zu vergleichen; es ist dies auch ganz unwesentlich für die weitere Behandlung der oben gestellten Aufgabe.

Wenn man den Atomdurchmesser bzw. den Durchmesser der Wirkungssphäre $\sigma = r(1-\varrho)$ setzt, wobei r die Entfernung zweier benachbarter Atommittelpunkte und ϱ die Entfernung der Oberflächen voneinander als Bruchteil von r bedeutet, so muß ein Atom um die Strecke $\frac{r\varrho}{2}$ aus der Gleichgewichtslage schwingen, um das benachbarte Atom, das natürlich ebensoweit schwingt, zu berühren. Es muß also beim Durchgang durch die Ruhelage die lebendige Kraft

$$L = \int_0^{\frac{r\varrho}{2}} \alpha x \, dx = \frac{\alpha \varrho^2 r^2}{8}$$

enthalten. Nach Einsteins Formel ist aber beim Betrachten einer linearen Oszillation beim Schmelzpunkt T_s die kinetische Energie eines Atoms beim Durchgang durch die Ruhelage

$$L = \frac{R}{N} \int_0^{T_s} \frac{\left(\frac{\beta\nu}{T}\right)^2 e^{\frac{\beta\nu}{T}}}{\left(e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1\right)^2} dT = \frac{R}{N} \cdot \frac{\beta\nu}{e^{\frac{\beta\nu}{T_s}} - 1},$$

wobei N die Anzahl Atome im Grammatom bzw. Moleküle im Grammolekül darstellt. Hierbei ist, wie vorhin erwähnt, von dem zweiten Gliede $\frac{2}{5}\gamma T^{\frac{5}{2}}$ abgesehen. Es ist ferner angenommen, daß man den Verlauf der Atomwärme durch eine Eigenfrequenz darstellen kann. Wenn man die höheren Potenzen von $\frac{\beta\nu}{T_s}$ vernachlässigt, ergibt dies

$$L = \frac{R}{N}\left(T_s - \frac{\beta\nu}{2}\right).$$

Es ist also angenähert

$$\frac{R}{N}\left(T_s - \frac{\beta\nu}{8}\right) = \alpha \frac{\varrho^2 r^2}{8},$$

woraus

$$\alpha = \frac{8R}{\varrho^2 r^2 N}\left(T_s - \frac{\beta\nu}{2}\right)$$

folgt. Es ist also die Eigenfrequenz gegeben durch die Gleichung

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{8R\left(T_s - \frac{\beta\nu}{2}\right)}{\varrho^2 r^2 N m}},$$

wobei m die Masse eines Atoms und folglich $Nm = M$ die Masse eines Grammatoms bezw. Grammoleküls des schwingenden Teilchens darstellt. Aufgelöst nach ν folgt

$$\nu = \frac{\sqrt{2R}}{\pi\varrho}\sqrt{\frac{T_s}{Mr^2} - \frac{R\beta}{2\pi^2\varrho^2 r^2 M}}.$$

Diese Formel hat große Ähnlichkeit mit einer empirisch gefundenen[1])

$$\nu = \text{konst.}\sqrt{\frac{T_s}{Ma}},$$

worin a das Atomvolumen bezw. Molekularvolumen darstellt; wenn man nämlich in der theoretisch abgeleiteten Formel das zweite relativ unbedeutende Glied vernachlässigt und ϱ für alle Körper gleich annimmt, so folgt

$$\nu = \text{konst.}\sqrt{\frac{T_s}{\sqrt[3]{M\sqrt{a^2}}}}.$$

Man kann die oben abgeleitete Gleichung durch Einführung der Dichte d unter der Annahme, daß die Atome tetraedrisch gelagert sind, was wohl für die meisten amorphen und für viele

lage die Kräfte $f(x) - f(x) = 0$ in der Richtung der X-Achse wirken. Ist das Teilchen um die Strecke Δx aus der Ruhelage entfernt, so beträgt die wirkende Kraft, die wohl als stetig vorausgesetzt werden darf,

$$\begin{aligned} &f(x-\Delta x) - f(x+\Delta x) - \\ &= f(x) - \frac{\Delta x}{1!}f'(x) + \frac{\Delta^2 x}{2!}f''(x) - \frac{\Delta x^3}{3!}f'''(x) + \cdots \\ &- f(x) - \frac{\Delta x}{1!}f'(x) - \frac{\Delta^2 x}{2!}f''(x) - \frac{\Delta x^3}{3!}f'''(x) + \cdots \\ &= -\Delta x\left\{2f'(x) + \frac{\Delta x^2}{2!}f'''(x) + \cdots\right\}, \end{aligned}$$

d. h. die Größe der wirkenden Kraft ist proportional der Entfernung Δx des Teilchens aus der Ruhelage, wenn man von den zweiten und höheren geraden Potenzen von Δx absehen darf.

[1]) A. Magnus u. F. A. Lindemann, Zeitschr. für Elektrochemie **8**, 269, 1910.

kristallisierte Körper zutreffen dürfte, auf eine einfachere Form bringen. Die Entfernung zweier benachbarter Atommittelpunkte r beträgt

$$r = \sqrt[6]{2}\sqrt[3]{\frac{a}{Nn}},$$

wobei n die Anzahl Atome im Molekül ist und die Anzahl Moleküle im Mol zu $6{,}175 \cdot 10^{23}$ angenommen[1]) wird. Da $a = \frac{M}{d}$ ist, folgt für die mittlere Eigenfrequenz

$$\nu = \frac{\sqrt{2}R}{\pi\varrho}\sqrt{\frac{T_s N^{1/3} d^{1/3} n^3}{2^{1/3} M^{5/3}}} - \frac{R\beta d^{1/3} N^{1/3} n^{5/3}}{2\pi^2\varrho^2 M^{5/3}}$$

$$= \frac{\sqrt{2^{1/3}\,8{,}31 \cdot 10^7 \cdot 617{,}5^{1/3} \cdot 10^{14}}}{\pi} \cdot \frac{T_s^{1/3} d^{1/3} n^5}{\varrho M^{5/3}}$$

$$- \frac{8{,}31 \cdot 10^7 \cdot 4{,}865 \cdot 10^{-11} \cdot 617{,}5^{2/3} \cdot 10^{14} \cdot d^{1/3} n^{5/3}}{2^{5/3}\pi\varrho^2 M^{5/3}}$$

$$= 3{,}114 \cdot 10^{11} \frac{T_s^{1/3} d^{1/3} n^5}{\varrho M^{5/3}} - 1{,}179 \cdot 10^{12} \frac{d^{1/3} n^{5/3}}{\varrho^2 M^{5/3}}.$$

Wenn man nach der Clausius-Mossottischen Theorie[2]) die Raumerfüllung aus der Dielektrizitätskonstanten berechnet, ergibt sich

$$\varrho = \sqrt[3]{n}\left(1 - \sqrt[3]{\frac{3\sqrt{2}}{\pi}}\sqrt[3]{\frac{D-1}{D+2}}\right),$$

wobei D die Dielektrizitätskonstante bedeutet. Es läßt sich nun die Eigenfrequenz aus lauter bekannten Daten in absolutem Maße berechnen. Um zu zeigen, daß die Formel, wenigstens der Größenordnung nach brauchbare Werte liefert, soll hier die Eigenfrequenz des Flußspats berechnet werden. Wenn der Schmelzpunkt zu 1603^0, die Dichte zu 3,18 und die Dielektrizitätskonstante zu 6,7 angenommen wird, ergibt sich

$$\varrho = \sqrt[3]{3}\left(1 - 1{,}105\sqrt[3]{\frac{D-1}{D+2}}\right)$$

$$= 1{,}443\,(1 - 0{,}9642) = 0{,}0508,$$

$$\nu = 3{,}114 \cdot 10^{11} \frac{1603^{1/3} \cdot 3{,}18^{5/3} \cdot 3^{5/3}}{0{,}0508 \cdot 78{,}1^{1/3}}$$

$$- 1{,}179 \cdot 10^{12} \frac{3{,}18^{2/3} \cdot 3^{5/3}}{0{,}0508^2 \cdot 78{,}1^{2/3}}$$

$$= 21{,}03 \cdot 10^{12} - 3{,}351 \cdot 10^{12} = 17{,}68 \cdot 10^{12},$$

was Reststrahlen bei $\frac{3{,}10^{10}}{17{,}68 \cdot 10^{12}}\,\text{cm} = 17{,}96\,\mu$ erwarten ließe. In der Tat sind solche bei 24,5 μ beobachtet worden. Es folgt eine Tabelle der berechneten und gefundenen Werte von ν bei denjenigen Stoffen, für welche die nötigen Daten vorlagen. Die in der Literatur vorhandenen Werte der Dielektrizitätskonstanten weichen so stark voneinander ab, daß meistens die Eigenfrequenz unter Zugrundelegung des größten und kleinsten angegebenen Wertes berechnet wurde.

Substanz	Mol.-Gew.	Dichte	Schmelzpunkt	Dielektrizitätskonst.	$\nu \cdot 10^{-12}$ berechnet	$\nu \cdot 10^{-12}$ gefunden	Abweichg. Prozent
KCl	74,5	1,97	1051^0	4,75	5,12	4,74	+ 8,1
				4,94	5,41		+ 14,1
$NaCl$	58,5	2,17	1083^0	5,6	8,87	5,8	+ 52,8
				6,12	10,62		+ 83,2
CaF_2	78,1	3,18	1603^0	6,7	17,68	12,3	+ 43,6
				6,92	19,34		+ 57,2
SiO_2	60,0	2,65	1700^0	4,27	9,77	14,45	+ 32,6
				5,06	12,56		+ 13,4
S	32	2,07	387^0	2,24	1,55	5,6	− 72
				4,22	3,40		− 39,3
Diamant	12	8,52	4400^0	5,50	49,0	27,6	+ 77,6
						Im Mittel	+ 16,3

Da die Clausius-Mossottische Theorie bei nicht runden Atomen für die Raumerfüllung y sicherlich keine exakten Werte liefert und da die Unsicherheit der Werte proportional dem Ausdruck

$$1 - 1{,}105\sqrt[3]{y}$$

ist, wobei

$$1{,}105\sqrt[3]{y}$$

etwa 0,9 beträgt, und da man bei einer Verbindung jedenfalls nicht tetraedrische Lagerung der Atome voraussetzen darf, so kann man die obige Übereinstimmung wohl als befriedigend bezeichnen. Es hat sich gezeigt, daß ϱ bei vielen Substanzen, so namentlich bei den Metallen, nahezu den gleichen Wert hat. Man kann also, ohne einen sehr großen Fehler zu begehen, unter Vernachlässigung des Korrektionsgliedes die Eigenfrequenz nach der Formel

$$\nu = \text{konst.}\sqrt{\frac{T_s}{M\sqrt[3]{a^2}}}$$

berechnen, nachdem man durch Einsetzung einer bekannten Eigenfrequenz die Konstante bestimmt hat. Wie gut dies bei homologen Salzen stimmt, zeigt folgende Tabelle der nach obiger Formel berechneten und gefundenen Werte der Reststrahlenwellenlängen der bis jetzt bestimmten Alkalihaloide. Dabei ist die Konstante aus der Eigenfrequenz des Sylvins zu

$$4{,}23 \cdot 10^{12}$$

bestimmt worden.

Substanz	λ ber.	λ gef.		Mittel
KCl	—	62,0	70,3	63,4
KBr	85,6	75,6	86,5	82,3
KJ	112,2	—	—	96,7
$NaCl$	49,8	46,9	53,6	51,7

1) Nach Planck, Rutherford, Perrin, Regener u. a.

2) Clausius, Ges. Abh. II, 135, 1867.

Die für die Rechnung benutzten Schmelzpunkte sind der Arbeit von Tammann und Hüttner[1]) entnommen. Die angegebenen beobachteten Wellenlängen entstammen der Publikation von Rubens und Hollnagel[2]).

Aus dem Verlaufe der Atomwärmen[3]) sind die Eigenfrequenzen einer Anzahl Elemente bestimmt worden[4]). Auch folgende Tabelle zeigt, daß die Werte von ϱ in erster Annäherung konstant gesetzt werden dürfen. ν ist berechnet nach der Formel

$$\nu = 2{,}06 \cdot 10^{12} \sqrt{\frac{T_s}{M \cdot \sqrt[3]{a^2}}}.$$

Die mit „ν gef." bezeichneten Werte haben sich durch einen Vergleich der Einsteinschen Funktion mit allen zugänglichen Messungen der Atomwärme ergeben.

Element	$\nu \cdot 10^{12}$ – gef.	$\nu \cdot 10^{-12}$ ber.
Bi	klein	1,4
Pb	1,2	1,4
Sn	2,7	1,8
Cd	2,7	2,1
Sb	3,1	2,3
Pt	3,1	3,1
Ag	3,3	3,2
Zn	3,7	3,1
Mg	5,1	5,4
Cu	5,3	4,7
Al	6,8	5,6
Cr	7,2	5,9
J	2,7	1,4
S	5,5	3,0
Si	10,7	7,0
Graphit	22,6	19,3
Diamant	27,3	20,8

Wenn auch von einer strengen Übereinstimmung keine Rede sein kann, so scheint doch aus der Tabelle zu folgen, daß der wirklich von den Atomen eingenommene Raum annähernd proportional dem Atomvolumen ist, wie Betrachtungen ganz anderer Art schon lange wahrscheinlich gemacht haben. Andererseits kann man nach obigen Gesichtspunkten den wahren Atomdurchmesser bzw. den wahren Durchmesser der Wirkungssphären der Atome in festen Körpern berechnen.

Wie Einstein ausgesprochen hat[5]), ist es sehr wohl denkbar, daß nichtgeladene schwingende Teilchen die Träger der Wärme bei den festen Körpern sind. Dies scheint sich nach den neueren Untersuchungen des Herrn Reinkober[1]), der den Diamanten auf Reststrahlen in dem fraglichen Gebiet untersucht hat, zu bestätigen, indem hier keine Reststrahlen gefunden wurden. Bei anorganischen Verbindungen dagegen, bei denen die elektrischen Ladungen wohl zum mindesten unsymmetrisch zum Schwingungsmittelpunkt liegen, kann man wahrscheinlich die Eigenschwingungen der Träger der Wärme optisch nachweisen. Es wird gegenwärtig von mir durch Messungen der Atomwärme untersucht, ob der Verlauf derselben in Körpern von bekannter Eigenfrequenz sich durch die Einsteinsche Formel, unter Annahme der optisch gefundenen Eigenfrequenz, darstellen läßt. Die Atomwärme von Quarz läßt sich durch Einführen der Eigenfrequenz, die die Reststrahlen bei 21,7 μ hervorruft, befriedigend wiedergeben. Es liegt ferner eine Messung der Atomwärme von *NaCl* zwischen — 78 und — 188 von Sir James Dewar[2]) vor, welche mit der aus den Reststrahlen bei 51,7 μ berechneten Atomwärme übereinstimmt. Die Tatsache, daß sich mit Hilfe derselben Formel sowohl die optisch nachweisbaren, wie die aus den Atomwärmen bestimmten Eigenfrequenzen wenigstens der Größenordnung nach berechnen lassen, legt jedenfalls den Schluß nahe, daß es sich in beiden Fällen um dieselben schwingenden Gebilde handelt.

Interessant ist vielleicht ferner die Folgerung aus obigen Betrachtungen, daß mit steigender Temperatur die Reststrahlen einer Substanz proportional ihrem linearen Ausdehnungskoeffizienten nach dem ultraroten Teile des Spektrums verschoben werden müssen.

Zum Schluß sei mir gestattet, Herrn Professor Nernst für sein stetes förderndes Interesse an dieser Arbeit meinen tiefsten Dank auszusprechen.

1) Zeitschr. f. anorg. Chem. **42**, 215, 1905.
2) Phil. Mag. May 1910.
3) A. Magnus u. F. A. Lindemann, Zeitschr. f. Elektrochem. **8**, 269, 1910.
4) Vgl. demnächst erscheinende Dissertation Lindemann. Berlin.
5) Ann. d. Phys. **22**, 800, 1907.

1) Reinkober, Dissert. Berlin 1910.
2) Proc. of the Royal Society. Vol. A, 76, 1905.

(Eingegangen 25. Juni 1910.)

Bemerkung zu dem behaupteten Unterschied zwischen longitudinalem und transversalem Zeemaneffekt.

Von Peter Paul Koch.

In zwei kurzen, in letzter Zeit veröffentlichten Notizen haben Amano und Nagaoka[1]) bzw. Nagaoka[2]) mitgeteilt, daß beim Beobachten senkrecht zum Magnetfeld die Auf-

1) Diese Zeitschr. **10**, 159, 1909
2) Nature **81**, 188, 1909.

spaltung der Zeemanaußenkomponenten in schwachen Feldern nicht proportional zur Feldstärke erfolge, sondern zunächst langsamer wachse als diese, daß dagegen beim Beobachten parallel zu den Kraftlinien genaue Proportionalität zwischen Feld und Aufspaltung statthabe.

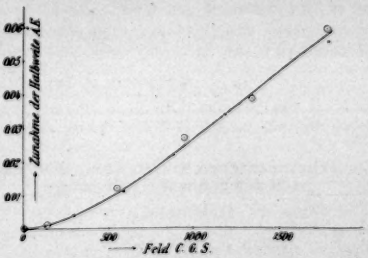
Es könnte möglich sein, daß diese Ergebnisse sich in sehr einfacher Weise miteinander in Einklang bringen lassen, ohne zur Erklärung die Heranziehung komplizierter theoretischer Betrachtungen erforderlich zu machen.

Denn einmal unterliegt schon die Meßmethode, die bei den Beobachtungen senkrecht zum Feld verwandt wurde, gewissen Bedenken. Es müßte wohl vor allen Dingen diskutiert werden, welche Stelle des Intensitätsabfalls am Rande einer Linie denn eigentlich eingestellt wird, wenn man visuell mit dem Okularmikrometer die Breite einer Spektrallinie ausmißt. Die wohlbekannte und durch hier angestellte Versuche noch besonders erhärtete Tatsache, daß man für die visuell gemessene Breite einer Spektrallinie einen um so größeren Wert erhält, je größer die absolute Intensität der Linie gemacht wird, ohne daß sich dabei etwas an ihrer Intensitätsverteilung ändert, beweist ja schon die Unsicherheit des Meßverfahrens. Gibt man aber selbst zu, daß auf diese Weise wenigstens Verbreiterungen von Linien einwandsfrei gemessen werden können, so bleibt noch zu diskutieren, ob mit zwingender Notwendigkeit geschlossen werden muß, daß die Zeemankomponenten nicht proportional zum Feld auseinandertreten, wenn man findet, daß die Verbreiterung nicht proportional zum Felde erfolgte.

Um einzusehen, daß dies nicht unbedingt nötig ist, geht man am besten graphisch vor. Dazu legt man etwa eine Intensitätsverteilung zugrunde, wie sie die Linien, an denen die genannten Autoren ihre Versuche anstellten, vermutungsweise gehabt haben könnten, zeichnet je zwei gleiche derartige Verteilungen mit schrittweise wachsendem Abstand ihrer Maximalintensitäten auf und summiert sie graphisch. Konstruiert man dann den Kurvenzug, der die Verbreiterung der so summierten Intensitätsverteilung als Funktion des Abstandes der zugrunde gelegten Verteilungen darstellt, so findet man, daß dieser Kurvenzug durchaus nicht immer eine gerade Linie sein muß. Im Gegenteil ist gerade der Fall der geraden Linie bei plausibeln Intensitätsverteilungen (Beugungsverteilung $u^{-2} \sin^2 u$ oder bei der Verteilung, die sich ergibt bei Anwendung des Dopplerschen Prinzips auf bewegte leuchtende Moleküle) und einer plausibeln Annahme über das, was das Auge etwa als Linienbreite auffassen könnte, nicht zu erwarten, wenn naturgemäß auch Verteilungen und Auffassungsmöglichkeiten für die Linienbreite ersonnen werden können, die eine Gerade liefern. Bei der Unsicherheit, die dem so allgemein gefaßten Begriff der Linienbreite anhaftet, scheint es jedoch nicht angezeigt, auf Einzelheiten einzugehen, dafür kann zugunsten des Gesagten eine experimentelle Stütze herangezogen werden.

Durch ein neuerdings ausgearbeitetes photographisch-photometrisches Verfahren, dessen Einzelheiten zusammen mit Einzelheiten, die die vorstehende Notiz betreffen, an anderer Stelle veröffentlicht werden sollen, ist man nämlich imstande, die Intensitätsverteilung in Spektrallinien empirisch zu bestimmen und hat dabei den Vorteil, daß man den undefinierten Begriff der Linienbreite ersetzen kann durch die exakt definierte und einwandsfrei meßbare Breite eines bestimmten, relativ zur Maximalintensität genommenen Querschnitts durch die Intensitätsverteilung, also etwa durch die Halbweite, das ist die Linienbreite an der Stelle, an der die Intensität die Hälfte der Maximalintensität beträgt.

Derartige Messungen senkrecht zum Felde habe ich an den Zeemanaußenkomponenten der gelben *Hg*-Linie 5790 Å.-E. mit einem 33-plattigen Stufengitter von 1 cm Plattendicke in schwachen Feldern ausgeführt, und sie ergeben die mit einem ⊙ bezeichneten Werte der nachstehenden Kurve. Abszissen sind Feld-



stärken in C.G.-S., Ordinaten Zunahme der Halbweite in A.-E., die Meßgenauigkeit wird weitgefaßt auf 0,006 A.-E. geschätzt. Man kann andererseits, wie oben auseinandergesetzt wurde, graphisch vorgehen und je zwei der im Feld Null gemessenen Intensitätsverteilungen, unter Zugrundelegung des aus den vorhandenen Messungen bei starken Feldern folgenden

Wertes[1]) für die Aufspaltung der Außenkomponenten, in Abständen, die den hier benutzten schwachen Feldern entsprechen, aufzeichnen und graphisch summieren. Dadurch erhält man die mit einem × bezeichneten Kurvenpunkte. Da die letzteren sich mit den direkt gemessenen innerhalb der Meßmöglichkeit decken, da die Kurve in ihrem Beginn ohne Zweifel keine gerade Linie ist, und da sie sogar den Charakter der von Amano und Nagaoka in der gleichen Feldgegend gefundenen besitzt, gerade, wenn erwiesenermaßen die Aufspaltung der Zeemankomponenten proportional zum Felde erfolgt, dürfte die oben für möglich gehaltene Erklärung der genannten Anomalie des Zeemanphänomens eine gewisse Wahrscheinlichkeit gewinnen.

Daß Nagaoka parallel zum Feld genaue Proportionalität zwischen Aufspaltung und Feld konstatieren konnte, scheint seinen Grund darin zu haben, daß er die Zeemankomponenten durch einen Fresnelschen Rhombus und offenbar, wenn er es auch nicht ausdrücklich bemerkt, durch ein Nicolsches oder Wollastonsches Prisma voneinander trennte und auf die Mitte jeder Linie gesondert einstellte, wobei naturgemäß der besprochene Überlagerungseffekt ausbleiben mußte.

Angesichts des Auseinandergesetzten wird es also vielleicht gar nicht nötig sein, wie das Corbino[2]) versucht hat, zur Erklärung der am Anfang dieser Notiz zitierten Beobachtungen Feldinhomogenitäten heranzuziehen.

1) Runge u. Paschen, Astrophys. Journ. **15**, 245, 1902; A. Stettenheimer, Ann. d. Physik (4) **24**, 384, 1907.
2) Diese Zeitschr. **11**, 521, 1910.

München, Physikalisches Institut der Universität. 22. Juni 1910.

(Eingegangen 25. Juni 1910.)

Zur experimentellen Entscheidung der Frage nach der Natur der γ-Strahlen.

II. Mitteilung.

Von E. v. Schweidler.

§ 1. Vor kurzem habe ich an dieser Stelle[1]) das Prinzip einer Methode entwickelt, die auf indirektem Wege — durch die Beobachtung der Schwankung der von γ-Strahlen hervorgerufenen Ionisierung — zunächst die Zahl der in ein Ionisierungsgefäß gelangenden γ-Strahlen bestimmen und hiernach entscheiden soll, ob die Emission der γ-Strahlung korpuskularen Charakter im weiteren Sinne des Wortes hat oder sich auf Impulse zurückführen läßt, die mit einiger Annäherung als Kugelwellen aufgefaßt werden können.

Zu diesem Gegenstande ist mir seither eine Reihe brieflicher Mitteilungen zugekommen, die mancherlei kritische Bemerkungen enthalten und meine Anschauung von der Möglichkeit einer experimentellen Entscheidung zwischen den beiden gegensätzlichen Hauptformen der Theorie der γ-Strahlen teilweise verändert haben.

Eine rein terminologische Sache betrifft eine Bemerkung Herrn Sommerfelds, der darauf hinweist, daß man das Wesentliche der von mir als „Ätherimpulstheorie" bezeichneten Anschauung beibehalten könne, nämlich die Annahme einer mit Lichtgeschwindigkeit erfolgenden Ausbreitung einer aus den Maxwellschen Gleichungen berechenbaren Feldstörung vom Zentrum der Emission aus, ohne dabei einen „Äther" als Träger dieses Feldes zu supponieren. Da die Vorstellung des Äthers tatsächlich für die der Korpuskulartheorie entgegengesetzte Anschauungsweise unwesentlich ist, will ich daher jene Theorie weiterhin einfach „Impulstheorie" nennen.

Herr Planck greift meine Bemerkung[1]) über die eventuell mögliche Beobachtung szintillierender Fluoreszenz heraus und bemerkt hierzu, daß eine solche eventuelle Konstatierung noch keineswegs für die Richtigkeit der Korpuskulartheorie beweisend wäre. Man könnte eine zeitliche und räumliche Diskontinuität der Fluoreszenz auch mit der Impulstheorie vereinen durch die Annahme, daß nicht jedes von der homogenen Impuls- oder Wellenfläche getroffene Elektron zu Lichtschwingungen angeregt werde, sondern nur eine ausgewählte Anzahl, die hierzu eine besondere „Prädisposition" besitzen; dabei wäre der Grad der Prädisposition nach bestimmten Wahrscheinlichkeitsgesetzen verteilt.

Dieser Einwand trifft zwar nicht unmittelbar meine Methode, da ja bei dieser keineswegs aus der Tatsache der szintillierenden Fluoreszenz, wenn sie konstatiert würde, sofort auf die Richtigkeit der Korpuskulartheorie geschlossen werden sollte; vielmehr wäre die szintillierende Fluoreszenz nur ein Hilfsmittel zur Zählung der auf ein Flächenstück auffallenden Strahlen und könnte daher ebensowohl für wie gegen die Impulstheorie entscheiden.

Wird aber dieser Begriff der „Prädisposition" eines Moleküls (bezw. der in ihm enthaltenen Elektronen) in analoger Weise auf die Ionisierung von Gasmolekülen übertragen, so erweist

1) E. v. Schweidler, diese Zeitschr. **11**, 225, 1910.

1) l. c., S. 226.

er sich wichtig für die Berechnung der Zahl der Strahlen aus der beobachteten Schwankung, wie später noch ausführlicher dargestellt werden wird.

Herr Bragg macht mich darauf aufmerksam, daß die Ionisierung eines Gases durch γ-Strahlen — wahrscheinlich ganz, sicher aber teilweise — eine nur mittelbare sei, hervorgerufen durch die von den γ-Strahlen erregte sekundäre β-Strahlung, und daß daher jede der beiden Theorien über die Natur der γ-Strahlung zur Annahme diskontinuierlich verteilter Ionisierungsprozesse führe.

Hierzu will ich vorläufig nur bemerken, daß im Prinzip meine Methode die Anzahl der in das Ionisierungsgefäß gelangenden γ-Strahlen bestimmt, ohne Rücksicht darauf, ob ihre Wirkung eine unmittelbare oder eine mittelbare ist, und daß daher die prinzipielle Unterscheidbarkeit der beiden Theorien nicht tangiert wird. Bei der praktischen Ausführung wird aber allerdings die Frage, ob die γ-Strahlen unmittelbar oder mittelbar ionisierend wirken, von Wichtigkeit für die richtige Zählung der γ-Strahlen, wie gleichfalls im folgenden noch näher ausgeführt werden wird.

Endlich behandelte Herr N. Campbell in mehreren Briefen ausführlich den Einfluß, den die Schwankungen der Zahl der von je einem einzelnen γ-Strahl erzeugten Gasionen neben den Schwankungen in der Zahl der ausgesandten Strahlen auf das Resultat haben. Da dieser Einfluß von entscheidender Bedeutung für die Interpretation der experimentell gefundenen Resultate ist, will ich im folgenden eine zusammenhängende Darstellung geben, in der ich mit freundlicher Zustimmung Herrn Campbells die von ihm herrührenden Überlegungen mitverwende.

§ 2. Das Problem soll zunächst in etwas allgemeinerer Weise behandelt werden:

Von einer radioaktiven Substanz sollen innerhalb einer willkürlich gewählten Zeit im Durchschnitt $\overline{Z}$ Atome zerfallen und daher ebensoviele Strahlen irgendwelcher Art (α-, β- oder γ-Strahlen) ausgehen. Die Zahl $\overline{Z}$ ist also ein Mittelwert, und in jedem einzelnen Falle (d. h. in jedem über ein Zeitintervall der gegebenen Länge erstreckten Versuche) wird die tatsächliche Zahl sein: $Z = \overline{Z} + \zeta$. Das mittlere Quadrat der Abweichung oder Schwankung ζ sei mit $\overline{\zeta^2}$ bezeichnet; es ist dann nach der Theorie der Schwankung radioaktiver Umwandlung allgemein $\overline{\zeta^2} = \overline{Z}$.

a) Nehmen wir zunächst an, daß jeder Strahl (Atomzerfall) zur Produktion der konstanten Zahl k von Ionen führe, so ist $\overline{Q} = \overline{Z}\,k$ die Anzahl der innerhalb eines Versuchs gebildeten Ionenpaare, bezw. eine dem Zeitintegral des Sättigungsstromes proportionale Größe, die weiterhin kurz als der „Effekt" bezeichnet werden soll. In diesem Falle zeigt der beobachtete Effekt Schwankungen um seinen Mittelwert $\overline{Q} = \overline{Z}k$, und es ist das mittlere Quadrat der Schwankung:

$$\Delta_1^2 = \overline{Z}\,k^2.$$

b) Wir führen jetzt die Annahme ein, daß k selbst keine Konstante sei, sondern daß die Zahl der von einem Strahle erzeugten Ionen um einen Mittelwert $\bar{k}$ schwanke, also daß im einzelnen Falle sei: $k = \bar{k} + \varkappa$. Bildet man das mittlere Quadrat $\overline{\varkappa^2}$ über eine sehr große Zahl von Einzelfällen, so hat $\overline{\varkappa^2}$ einen bestimmten Wert, der eventuell aus gewissen Annahmen über die Art des Ionisierungsprozesses berechnet werden kann und der für eine bestimmte Strahlensorte unter gegebenen Versuchsbedingungen charakteristisch ist.

Denken wir uns nun die Wirkung einer Serie von Z aufeinanderfolgenden Strahlen summiert, so wird der Effekt Q vom Durchschnittswerte $\overline{Z}\bar{k}$ abweichen um einen Betrag Δ_2. Für eine große Zahl solcher Serien erhalten wir $\Delta_2 = Z \cdot \varkappa^2$, da die aufeinanderfolgenden Strahlen voneinander unabhängige Ereignisse sind und in diesem Falle nach den allgemeinen Gesetzen der Wahrscheinlichkeits- und Fehlerrechnung die mittleren „Fehler"quadrate sich addieren.

c) Betrachten wir jetzt den Fall, daß eine radioaktive Substanz im Mittel $\overline{Z}$ Strahlen innerhalb einer Versuchsperiode aussende und daß diese Strahlen durch ein bestimmtes $\overline{\varkappa^2}$ in der Schwankung ihrer ionisierenden Wirkung charakterisiert seien, so wird der Effekt Q aus zweierlei Ursachen Schwankungen um seinen Mittelwert zeigen, erstens infolge der Schwankung in der Zahl der ausgesandten Strahlen, zweitens infolge der Schwankung der ionisierenden Wirkung der einzelnen Strahlen. Es wird also sein:

$$Q = \overline{Q} + \Delta, \quad \text{wobei } \overline{Q} = \overline{Z}\bar{k}.$$

Die Schwankung Δ setzt sich aus den voneinander unabhängigen Gliedern Δ_1 und Δ_2 zusammen, und im Mittel über zahlreiche Versuche ist daher

$$\overline{\Delta^2} = \overline{\Delta_1^2} + \overline{\Delta_2^2} = \overline{Z}\,(\bar{k}^2 + \overline{\varkappa^2}).$$

Diesem Ausdruck kann noch eine etwas veränderte Form gegeben werden. Wir bezeichnen die verschiedenen Werte, die k annehmen kann, der Reihe nach mit

$$k_1,\ k_2 \cdots k_i \cdots k_n$$

und mit $\quad w_1,\ w_2 \cdots w_i \cdots w_n,$

die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten jedes Wertes von k.

Der Durchschnittswert von k ergibt sich hieraus zu:

$$\bar{k} = \Sigma_1^n w_i k_i$$

und analog der Durchschnittswert von k^2 zu:

$\overline{k^2}$ (zu unterscheiden von $\bar{k}^2$) $= \Sigma_1^n w_i k_i^2$.

Die Abweichung $\varkappa$ ist daher im einzelnen Falle:

$$\varkappa = k_i - \bar{k},$$

daher:

$$\varkappa^2 = k_i^2 - 2k_i\bar{k} + \bar{k}^2$$

und:

$$\bar{\varkappa^2} = \Sigma w_i k_i^2 - 2\bar{k}\cdot\bar{k} + \bar{k}^2 = \Sigma w_i k_i^2 - \bar{k}^2.$$

Durch Einsetzen in obige Formel erhält man daher:

$$\Delta^2 = \bar{Z}(\bar{k}^2 + \bar{\varkappa^2}) = Z\,\Sigma w_i k_i^2.$$

§ 3. Es handelt sich nun um die Frage, ob der Wert $\bar{\varkappa^2}$ bezw. $\Sigma w_i k_i^2$ unter bestimmten Voraussetzungen berechnet werden kann.

A. Es werde unmittelbare Ionisierung durch die ausgesandte Strahlung angenommen.

I. Korpuskulare Strahlung.

Wir betrachten eine korpuskulare Strahlung, bei der die Beschaffenheit und Anfangsgeschwindigkeit für alle emittierten Partikel gleich ist, und nehmen ferner an, daß jedes Gasmolekül ionisiert wird, dessen Mittelpunkt innerhalb einer mit dem Radius ϱ um die Partikel beschriebenen „Wirkungssphäre" fällt. Die Zahl k der von einer bestimmten einzelnen Partikel erzeugten Ionen ist dann gleich der Zahl der Gasmoleküle in einem Zylinder, dessen Radius gleich ϱ und dessen Länge gleich der wirksamen Länge der Strahlenbahn im Versuchsgefäß ist.

Die Zahl der Moleküle, die sich in einem gegebenen Momente innerhalb eines bestimmten Volumens v befinden, und die Abweichung dieser Zahl von ihrem Mittelwerte berechnen sich nun formal ganz analog wie die Schwankungen der radioaktiven Umwandlung. Ist N die Zahl der Moleküle in der Volumeinheit, NV daher in einem gegebenen Raume V, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein bestimmtes Molekül sich gerade im Raume v befinde: $\omega = \frac{v}{V}$; die Wahrscheinlichkeit, daß x Moleküle in diesem Raume vorhanden sind, ist: $w_x = \omega^x (1-\omega)^{NV-x}\binom{NV}{x}$, die wahrscheinlichste (und zugleich durchschnittliche) Zahl: $\bar{k} = \omega NV = Nv$ und das mittlere Quadrat der Abweichung vom Mittelwerte: $\bar{\varkappa^2} = \bar{k}$.

Zu dieser Schwankung der ionisierenden Wirkung, welche von der unregelmäßig variierenden Verteilung der Gasmoleküle herrührt, kommt noch eventuell eine zweite hinzu, wenn die Wirkung der einzelnen Partikeln auch bei gleichmäßiger Molekularverteilung verschieden ist infolge ihrer verschiedenen Anfangsgeschwindigkeit oder wirksamen Weglänge. Es ist aber eine experimentell begründete Annahme, daß die von einer einheitlichen radioaktiven Substanz ausgehenden Strahlen unter sich gleich beschaffen sind; jedenfalls kann angenommen werden, daß eine solche Streuung in den Werten der Anfangsgeschwindigkeit praktisch von geringer Bedeutung ist. Verschiedenheiten der Geschwindigkeiten, die durch verschieden starke Absorption vor Eintritt in das Versuchsgefäß entstanden sind (z. B. Herkunft aus verschiedener Tiefe bei nicht unendlich dünnen Schichten α-strahlender Substanzen), und Verschiedenheiten der wirksamen Weglänge innerhalb des Versuchsraumes können durch geeignete Wahl der Versuchsanordnung ausgeschlossen werden.

Es kann daher ohne wesentliche Einschränkung der Allgemeingültigkeit das obige einfache Resultat beibehalten werden.

II. Impulsstrahlung.

Für die Berechnung der Schwankung $\varkappa^2$ in diesem Falle ist der — wie oben erwähnt von Herrn Planck zunächst für die Fluoreszenzerregung eingeführte — Begriff der „Prädisposition" von Bedeutung.

Aus der Tatsache, daß eine Impuls- oder Wellenfläche, wie sie vom Standpunkte dieser Theorie aus in einer Röntgen- oder γ-Strahlung gegeben ist, nicht alle Gasmoleküle ionisiert, über die sie hinzieht, sondern nur einen sehr kleinen Bruchteil derselben, schließen wir dann, daß die Ionisierung abhängig ist von einer bestimmten „Prädisposition" des Moleküls im Momente des Passierens der Feldstörung. In Unkenntnis des genauen Mechanismus des Ionisierungsvorganges können wir daher die Ionisierung eines bestimmten einzelnen Moleküls als ein rein zufälliges Ereignis auffassen, das eine bestimmte (von der Intensität des Impulses abhängige) Wahrscheinlichkeit ω besitzt.

In formal ganz analoger Weise wie für die Schwankung der radioaktiven Umwandlung und wie für die oben behandelte Schwankung in der ionisierenden Wirkung eines einzelnen Korpuskularstrahles berechnet sich hieraus, daß in einem Raume mit N Gasmolekülen beim Darüberziehen eines Impulses bestimmter Stärke im Durchschnitt $\bar{k} = \omega N$ Moleküle ionisiert werden

und daß das mittlere Schwankungsquadrat $\varkappa^2 = \bar{k}$ ist.

Es gilt daher allgemein — für die Korpuskular- wie für die Impulstheorie —

$$\Delta^2 = Z(\bar{k}^2 + \varkappa^2) = Z(\bar{k}^2 + \bar{k}) = Q(\bar{k} + 1).$$

Ist $\bar{k}$ groß gegen 1, bezw. $\bar{k}^2$ groß gegen $\bar{k}$, so ist die Schwankung von Q wesentlich durch die Schwankung der radioaktiven Umwandlung (Zahl der Strahlen) bestimmt und das zweite von der Schwankung der ionisierenden Wirkung herrührende Glied praktisch zu vernachlässigen. Dies ist z. B. der Fall bei α-Strahlen, wo $\bar{k}$ von der Größenordnung 10^5 ist; auch bei β-Strahlen ist dieser Fall realisiert, wenn nicht die Dimensionen des Meßgefäßes all zu kleine sind, da in roher Annäherung bei β-Strahlen $\bar{k} = 100$ pro cm wirksamer Weglänge ist.

Wäre dagegen bei einer Strahlung $\bar{k}$ von der Größenordnung 1, so wären auch die beiden Bestandteile der Schwankung gleich, und wenn gar $\bar{k}$ klein gegen 1 ist, so tritt umgekehrt die Schwankung in der Zahl der Strahlen zurück gegen die Schwankung der ionisierenden Wirkung der einzelnen Strahlen.

B. Es werde angenommen, daß die untersuchte Strahlung das Gas nicht unmittelbar ionisiere, sondern mittelbar durch Erzeugung sekundärer Strahlen, sei es im Gase selbst, sei es an den Wänden des einschließenden Gefäßes.

Wir zerlegen daher die Größe k in zwei Faktoren m und n, wobei m die Zahl der von einem Primärstrahl erzeugten Sekundärstrahlen, n die Zahl der von einem Sekundärstrahl erzeugten Ionen ist; es seien wieder die Mittelwerte mit $\bar{m}$ und $\bar{n}$, die mittleren Quadrate der Abweichung mit μ^2 und ν^2 bezeichnet.

Betrachtet man zunächst statt des Gesamteffektes $Q = Zmn$ nur den Faktor Zm, so lassen sich hierauf unmittelbar die Überlegungen des Abschnittes § 3 A übertragen mit den entsprechenden Modifikationen. Unabhängig davon, ob die Primärstrahlung korpuskular oder impulsartig ist, ergibt sich:

$$Zm = Z\bar{m} + \delta$$
$$\delta^2 = Z(m^2 + \mu^2) = Z\bar{m}(\bar{m} + 1).$$

Wenn nun bei beliebigem Werte von $k = mn$ der Faktor n groß gegen 1 ist, so kann nach dem früher Gesagten das Glied ν^2 gegen $\bar{n}^2$ vernachlässigt werden, und man erhält für die Schwankung des Gesamteffektes Q, da $\Delta = n\delta$ ist:

$$\Delta^2 = Z\bar{m}(\bar{m} + 1)\bar{n}^2 = Q\bar{n}(\bar{m} + 1).$$

Selbst bei großen Werten von k wird die Schwankung in der Zahl der ausgelösten Sekundärstrahlen gegenüber der Schwankung in der Zahl der Primärstrahlen merklich oder überwiegend, wenn $\bar{m}$ von der Größenordnung 1 oder gar klein gegen 1 ist.

§ 4. Die erhaltenen Resultate sollen jetzt auf die in der I. Mitteilung[1]) beschriebene schematische Versuchsanordnung angewandt werden, bei der die von einer punktförmigen Strahlungsquelle S ausgehenden γ-Strahlen eine Blende passieren, die von S aus gesehen den räumlichen Winkel ω hat, und dann ein Ionisierungsgefäß von der Länge l durchsetzen.

Bezeichnet Z die Anzahl der γ-Strahlen, die die Quelle überhaupt (nach allen Richtungen) innerhalb einer gegebenen Zeit aussendet, Zk die Zahl der Ionen, die sie in einer Kugelschale von der Dicke l erzeugt, bzw. Zm die analoge Zahl der erzeugten Sekundärstrahlen, so gilt:

I. für die Korpuskulartheorie:

$$Z_{\mathrm{I}} = Z\frac{\omega}{4\pi}; \quad k_{\mathrm{I}}(m_{\mathrm{I}}) = k(m),$$

also bei direkter Ionisierung:

$$(\mathrm{I\,A}): \quad \Delta^2 = Z\frac{\omega}{4\pi}k(\bar{k}+1) = Q[\bar{k}+1],$$

oder bei mittelbarer Ionisierung:

$$(\mathrm{I\,B}): \quad \Delta^2 = Z\frac{\omega}{4\pi}\bar{m}\,\bar{n}^2[\bar{m}+1] = Q\bar{n}[\bar{m}+1];$$

II. für die Impulstheorie:

$$Z_{\mathrm{II}} = Z; \quad k_{\mathrm{II}}(m_{\mathrm{II}}) = \frac{\omega}{4\pi}k(m)$$

und daher analog:

$$(\mathrm{II\,A}): \quad \Delta^2 = Z\left[\left(\frac{\omega}{4\pi}k\right)^2 + \frac{\omega}{4\pi}k\right] = Q\left[\frac{\omega}{4\pi}k + 1\right],$$

$$(\mathrm{II\,B}): \quad \Delta^2 = Z\bar{n}^2\left[\left(\frac{\omega}{4\pi}\bar{m}\right)^2 + \frac{\omega}{4\pi}\bar{m}\right] = Q\bar{n}\left[\frac{\omega}{4\pi}\bar{m} + 1\right].$$

Ist also $\bar{k}$ bzw. $\bar{m}$ groß gegen 1, so ist angenähert $\overline{\Delta_{\mathrm{I}}^2} = \frac{4\pi}{\omega}\overline{\Delta_{\mathrm{II}}^2}$; durch Wahl eines hinreichend kleinen Winkels ω können daher die Fälle I und II leicht voneinander unterschieden werden.

Ist dagegen $\bar{k}$ ($\bar{m}$) klein gegen 1, so liefern die Annahmen I und II annähernd das gleiche Resultat.

Ist $\bar{k}$ oder $\bar{m}$ von der Größenordnung 1, so hängt die Unterscheidbarkeit ab von der Genauigkeit, mit der Δ^2 bestimmbar ist, und von der Verläßlichkeit des aus radioaktiven Daten zu entnehmenden Wertes Z.

1) l. c.

Wie leicht ersichtlich, ist jetzt auch die von Herrn Bragg berührte Frage, ob direkte (A) oder indirekte (B) Ionisierung vorliegt, von Bedeutung; denn wenn selbst $\bar{k}$ groß gegen 1, dabei aber m klein gegen 1 ist, so liefern die Gleichungen I B und II B das gleiche Resultat.

§ 5. Es sollen jetzt probeweise in die obigen Gleichungen numerische Werte eingesetzt werden.

Es erscheint zunächst fraglich, ob die Zahl Z der von einer gegebenen Substanzmenge überhaupt ausgesandten γ-Strahlen aus radioaktiven Daten hinreichend sicher bestimmt werden kann. Vom Standpunkt der Impulstheorie aus ist die γ-Strahlung eine Begleiterscheinung der β-Strahlenemission und daher die Anzahl der γ-Strahlen gleich der Zahl der unter Aussendung von β-Strahlen zerfallenden Atome. Für jene Form der Korpuskulartheorie, die der Lichtquantenhypothese entspricht, gilt dasselbe; für die Korpuskulartheorie im engeren Sinne des Wortes — die von Bragg vertretene Annahme einer Emission neutraler Partikel — ist dagegen die γ-Strahlung ein von der β-Strahlung unabhängiger Vorgang, der eventuell auch andern Zwischenprodukten der radioaktiven Umwandlungsreihe zuzuordnen sein könnte als diese. Dieser Umstand führt aber höchstens zu einer Unsicherheit in der Wahl eines gegebenen Wertes Z oder eines Multiplums $2Z$, eventuell $3Z$.

Betrachten wir z. B. Radium im Gleichgewichte mit den kurzlebigen Zerfallsprodukten bis inklusive RaC, so ist bekannt, daß von jedem Umwandlungsprodukt pro Gramm Radium und Sekunde $3{,}4 \cdot 10^{10}$ Atome zerfallen. Die Zahl der γ-Strahlen, die von 1 g Ra ausgehen, ist daher vom ersten Standpunkt aus die gleiche, wenn RaC als einheitlicher Körper angenommen wird, wahrscheinlicher aber $6{,}8 \cdot 10^{10}$, wenn man RaC als aus zwei aufeinanderfolgenden Zerfallsprodukten zusammengesetzt auffaßt[1]) und der weichen β-Strahlung von $Ra\,B$ und von Ra selbst keine merkliche durchdringende γ-Strahlung zuordnet.

Auch vom Standpunkt der zweiten (Braggschen) Auffassung aus kommt wohl nur die Annahme von entweder einem oder zwei γ-strahlenden Zwischenprodukten als plausibel in Betracht. Wir wollen daher zunächst den Wert $Z = 6{,}8 \cdot 10^{10}$ pro Gramm Radium und Sekunde beibehalten.

Die direkte Untersuchung der ionisierenden Wirkung der γ-Strahlen des Radiums ergibt dann (nach Eve[2]) und nahe übereinstimmenden Resultaten des Verf.), daß in einer Kugelschale von beliebigem Radius und der Dicke 1 cm in Luft von Atmosphärendruck rund ein Ionenpaar von einem γ-Strahl erzeugt wird.

Da somit $\bar{k}$ leicht auf die Größenordnung 20 gebracht werden kann (bei 20 cm Länge des durchstrahlten Versuchsgefäßes), wäre bei direkter Ionisierung eine Entscheidung zwischen Korpuskular- und Impulstheorie möglich.

Nimmt man dagegen an, daß die Ionisierung mittelbar durch sekundäre β-Strahlen erfolge und daß die Ionenerzeugung rund 100 $\frac{\text{Ionen}}{\text{cm}}$ für einen β-Strahl betrage, so erhält man daraus $m = \frac{1}{100}$ und die Unterscheidung zwischen den beiden Theorien wird aussichtslos, da nur etwa 1 Proz. der das Gefäß passierenden γ-Strahlen überhaupt einen Effekt hervorrufen und die Schwankung in der Zahl der zufällig wirksamen Strahlen die Schwankung in der Zahl der in das Gefäß überhaupt eindringenden Strahlen bedeutend übertrifft.

Auch bei der Annahme[1]), daß rund die Hälfte der Ionisation auf direkter Wirkung, die Hälfte auf Sekundärstrahlung beruhe, wird das Resultat nur wenig günstiger für die Möglichkeit einer Entscheidung.

Bezüglich der absoluten Größe der Schwankung ergibt sich, daß diese in allen Fällen einen bei realisierbaren Versuchsbedingungen meßbaren Wert erreicht.

Wir nehmen z. B. an:

$$Z = 10^{12}; \quad \bar{k} = 20 \ (\text{ev. } m = 0{,}01, \ \bar{n} = 2000); \quad \frac{\omega}{4\pi} = 10^{-2}.$$

Dann ist $Q = 2 \cdot 10^{11}$ und die prozentuelle Schwankung $\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{\Delta^2}{Q^2}}$ in den verschiedenen Fällen:

I A: $\bar{\varepsilon} = 1{,}02 \cdot 10^{-5}$
II A: $= 0{,}24 \cdot 10^{-5}$
I B oder II B: $= 10 \cdot 10^{-5}$.

Dem Effekte $Q = 2 \cdot 10^{11}$ (Zahl der im Versuchsgefäß erzeugten Ionen) entspricht ein Zeitintegral des Sättigungsstromes (entladene Elektrizitätsmenge) von $2 \cdot 10^{11} \cdot 4{,}7 \cdot 10^{-10} =$ rund 100 st. E. Bei einer Versuchsanordnung von z. B. 30 cm Kapazität und einer Empfindlichkeit der Spannungsmessung von 250 partes pro Volt (Einfaden-Elektrometer nach Elster und Geitel) entspricht einem Ausschlage von 1 pars eine Elektrizitätsmenge von $4 \cdot 10^{-4}$ st. E., so daß

1) O. Hahn u. L. Meitner, diese Zeitschr. 10, 697, 1909.
2) A. S. Eve, Phil. Mag. 12, 189, 1906.

1) Vgl. Kleeman, Cambr. Proc. 15, 169, 1909.

bei Anwendung einer Differentialschaltung, die $\sqrt{2}\,J^2$ mißt, die mittlere Schwankung der Einstellung beziehungsweise 3,5, 0,7 oder 25 Skalenteile beträgt. Wählt man als Zeit, über welche der Einzelversuch erstreckt werden soll, etwa 100 Sekunden, so ist eine Radiummenge von etwa 140 mg erforderlich.

Da also die den drei hypothetischen Annahmen entsprechenden Schwankungen experimentell gut konstatierbar sein müssen, sollen die Versuche durchgeführt werden. Freilich erscheint es jetzt wahrscheinlich, daß der dritte Fall vorliegen wird, und daß daher der Hauptzweck, die experimentelle Entscheidung zwischen Korpuskulartheorie und Impulstheorie der γ-Strahlung, nicht erreicht werden wird.

(Eingegangen 13. Juni 1910.)

Über eine neue Methode zur Messung von Elektrizitätsmengen an Einzelteilchen, deren Ladungen die Ladung des Elektrons erheblich unterschreiten und auch von dessen Vielfachen abzuweichen scheinen [1]).

Von Felix Ehrenhaft.

Von den Naturkonstanten, die in der Physik hervorragende Bedeutung erlangt haben, steht im Vordergrunde die Ladung des einwertigen Wasserstoffatoms oder Elektrons. Die atomistische Theorie der Elektrizität schien insbesondere durch den Umstand gefestigt, daß einerseits die Identität der Ladung des Ions in den Flüssigkeiten und in den Gasen erwiesen wurde und daß anderseits die Ladung der von den radioaktiven Substanzen ausgesandten α-Partikeln sich im Mittel gerade zu dem Doppelten des Elektronenwertes ergab. Wenn man jedoch die in der ausführlichen Publikation des Verfassers in den Sitzungsberichten der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien, Abt. IIa, Bd. CXIX, 1910 (Akademischer Anzeiger vom 4. März 1909, Nr. 7, vom 21. April 1910, Nr. 10) zusammengestellten Methoden zur Bestimmung der Elektronenladung sichtet, die bisher zur Anwendung kamen, dann könnte man sich dem Gedanken nähern, ob man überhaupt berechtigt ist, Werte, die sich in einzelnen Messungen um einige hundert Prozent unterscheiden, zu einem Gesamtmittel zusammenzuziehen, und ob man es denn als eine Übereinstimmung ansehen kann, wenn diese Werte in die Größenordnung $1-6\times10^{-10}$ abs. E.S.E. fallen. Wohl könnte man dann denken, daß Abweichungen auf die verschiedene Genauigkeit und Sicherheit der Methoden zurückzuführen wären, es blieben jedoch die großen Schwankungen der Werte, die auch vielfach bei einer Methode von verschiedenen Beobachtern gefunden wurden, unerklärt. Wenn man sich da von weiteren Hypothesen und Korrekturen fernhalten will, wäre der Gedanke nur naheliegend, diese Schwankungen des Elementarquantums oder des Elektronenwertes vielleicht in der Natur selbst begründet zu sehen und die Deutung der Experimente möglicherweise zu modifizieren. Denn alle bisherigen Methoden scheinen von einer Mittelwertsbildung nicht frei zu sein, deren Berechtigung vielleicht noch erwiesen werden müßte.

Um aber ein Urteil über die Ladung des Elektrons zu erlangen, hielt der Verfasser es für notwendig, an einzelnen diskreten Partikeln auf Ladung und Masse zu schließen und sich so ein von einer wenig übersichtlichen Mittelwertbildung freies Resultat zu zeigen.

Der Gedanke war um so näher liegend, als sich durch die Einführung des Mikroskopes leicht eine Methode ergab, die nicht mehr die Grenze fallender Nebelkomplexe, sondern jedes Einzelteilchen zu beobachten gestattete und dies sogar durch erweiterte Dunkelfeldbeleuchtung bis über die Grenzen der optischen Abbildungsfähigkeit, also bis zu den nur mehr ultramikroskopisch wahrnehmbaren Partikeln. Bereits 1909 hat der Verfasser das Mikroskop in diese Messungen eingeführt. In der ersten Mitteilung über diesen Gegenstand veröffentlichte er die bezügliche Methode, über deren genaues experimentelles Detail in den Berichten der Wiener Akademie der Wissenschaften in erster Mitteilung, Bd. CXVIII, März 1909, Abt. IIa, sowie in dieser Zeitschrift **10**, 308, 1909 näher gesprochen wurde. Aus der Beweglichkeit ultramikroskopisch kleiner Metallpartikel sowie aus deren Fallgeschwindigkeit, welche Größen an Einzelteilchen mit dem Ultramikroskop bestimmt wurden, gestattete die Stokessche Formel, mittlere Ladung und mittleren Radius dieser Partikel zu berechnen.

Wenn der Verfasser damit auch zum ersten Male die Ladungen an Einzelpartikeln beobachtete, so enthielt diese Methode noch wie alle bisherigen diesbezüglichen Bestimmungsmethoden eine Mittelbildung, da derselbe genötigt war, alle an Einzelteilchen bestimmten elektrischen Beweglichkeiten bei horizontalem elektrischem Kraftfelde zu machen und aus diesen oft mehr als 80 Proz. voneinander abweichenden Werten das Gesamtmittel zu

1) Mitteilung aus den Sitzungsberichten der kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien.

ziehen[1]). Sodann wurden ebenso an einer großen Zahl von Einzelteilchen Fallbeobachtungen mit dem Ultramikroskop gemacht und aus dem Gesamtmittel der mittlere Teilchenradius errechnet, der überdies noch mikroskopisch kontrolliert werden konnte. Das Resultat erwies eine mittlere Ladung von Metallteilchen, das von den bisherigen Ergebnissen insofern abwich, als dieser Wert bei $4{\cdot}6\times10^{-10}$ E.S.E. zu liegen kam, also etwas höher wie die bisherigen Werte des Elementarquantums in völliger Übereinstimmung mit dem Werte Plancks und gleich der halben mittleren Ladung des α-Partikels nach Rutherford. Bei dieser ersten Ausführung war es mir nicht gelungen, an ein und demselben Metallteilchen elektrische Beobachtung und Fallbeobachtung hintereinander zu machen. Erst der hier eingeschlagene Weg gestattet, bis an die Grenze der Ultramikroskopie die Geschwindigkeit der Steigbewegung eines Einzelteilchens unter Einfluß einer geeigneten, vertikal gerichteten elektrischen Spannung und sodann an eben und demselben Teilchen die Fallgeschwindigkeit desselben Partikels unter bloßem Einflusse der Erdschwere bei kurzgeschlossenem Kondensator zu messen. Verfasser hielt kleine Edelmetallpartikel wegen ihrer chemischen Unveränderlichkeit sowie wegen ihres optischen Reflexionsvermögens zunächst für sehr geeignet.

Bevor also auf das Detail der Methode eingegangen wird, sei einiges über die Erzeugung kleiner Metallpartikeln in der atmosphärischen Luft erwähnt, an denen zunächst solche Messungen vorgenommen wurden. Daß der galvanische Lichtbogen imstande ist, Edelmetalle in Flüssigkeiten zu mikroskopisch bis submikroskopisch kleinen Partikeln zu zerteilen, war durch die Bredigsche Methode der Erzeugung kolloidaler Lösungen bereits bekannt. Zu Untersuchungen schienen solche Partikeln, in der atmosphärischen Luft hergestellt, um so eher geeignet, da sie durch ihr optisches Reflexionsvermögen selbst bei Verteilungen unter den Dimensionen der Wellenlänge des Lichtes nach der Siedentopf-Zsigmondyschen Anordnung des Ultramikroskops noch gut erkennbar erscheinen, auch bei Dimensionen, die aus beugungstheoretischen Gründen einer direkten Größenmessung nicht mehr unterzogen werden können. Es schien daher naheliegend, durch ein ähnliches Verfahren derartige Suspensionen in atmosphärischer Luft herzustellen. In einem Glasgefäße von zirka 8 bis 10 l Inhalt, das mit getrockneter Luft gefüllt war, waren durch seitliche Löcher Elektroden eines Edelmetalls eingeführt, die eine beiläufige Länge von 10 cm, einen Durchmesser von $^1/_2$ cm besaßen. Ein galvanischer Lichtbogen (Spannung 120 Volt, Stromstärke 1 bis 3 Ampere) bringt die Elektroden zum Glühen und bewirkt die Verdampfung, beziehungsweise Zerstäubung des Edelmetalls. Die Metallteilchen bleiben in der Luft je nach ihrer Größe sehr lange schwebend, so daß sie aus diesem Gefäße zu einem Zeitpunkt abgesaugt und verwendet werden können, wo die Temperatur dieser Gasmasse sich mit der Temperatur der Umgebung völlig ausgeglichen hatte.

Die Versuche wurden unter Anwendung der äußersten chemischen Vorsicht und Sorgfalt durchgeführt. Es sei diesbezüglich auf die Originalabhandlung verwiesen. Das Feingold verdampft an der Anode wesentlich stärker und schlägt sich zum Teil an den Wandungen des Gefäßes nieder, die einen rötlich-violetten Überzug erhalten. Auch an der der stark verdampfenden Elektrode gegenüberliegenden Glasröhre, durch welche die Kathode eingeführt war, war ein rosaroter bis goldroter Überzug zu sehen, der in seiner Farbe an die Goldrubingläser oder die roten kolloidalen Goldlösungen gemahnt, so daß schon dieser Umstand ergibt, daß das Gold bei diesem Prozeß keine wesentlichen Veränderungen erfuhr. Die Farbe der Niederschläge des Silbers war rehbraun, des Platins dunkelbraun bis schwarzbraun, wieder erinnernd an die Farben der bezüglichen kolloidalen Suspensionen in Flüssigkeiten.

Es hat sich also nebenbei hier auch eine Methode ergeben, kolloidale, amorphe Zerteilungen dieser Metalle in atmosphärischer Luft zu erhalten. Herr Hofrat Pribram war so gütig, diese Suspensionen in Gasen beziehungsweise Niederschläge, einer genauen chemischen Untersuchung zu unterziehen. Es sei diesbezüglich auf die Originalabhandlung verwiesen.

Versuchsanordnung zur Bestimmung der Fallgeschwindigkeit und der elektrischen Beweglichkeit jedes Einzelteilchens.

Das Ultramikroskop der Zeißschen Ausführung war so montiert, daß die Mikroskopachse selbst horizontal gerichtet erschien und sohin die Vorgänge in einer Vertikalebene zur Beobachtung gelangen. Unmittelbar vor die

1) Bezüglich der Mittelbildungen in einer Untersuchung Millikans in Phil. Mag., Febr. 1910, sei auf die zitierte Originalabhandlung des Verfassers in den Wiener Berichten verwiesen.

Linse des Mikroskopobjektivs wurde eine kleine Ebonitküvette montiert, in der ein Kondensator mit horizontalen Platten ein vertikales homogenes elektrisches Feld erzeugte. Die Beleuchtung erfolgte durch das im Zeißschen Katalog, M. 163, ersichtliche optische System; die Beobachtung senkrecht auf die Richtung der beleuchtenden Strahlen. Schwererichtung und Richtung des elektrischen Feldes koinzidierten. Senkrecht zu diesen fielen die Strahlen des beleuchtenden Objektives AA durch die Mitte der Kondensatorplatten ein und auf die durch die horizontale Beleuchtungsrichtung und Schwererichtung definierte Ebene war die Achse des Beobachtungsmikroskopes senkrecht montiert. Im Okular IV sind drei kräftige starke Striche aufgetragen, die, bezogen auf das Objektiv C, eine Innendistanz von 102×10^{-4} cm fixierten. Dabei muß wegen der oft lichtschwachen Objekte stets von Innendistanz zu Innendistanz der Okularteilung gemessen werden.

Die Kondensatorplatten waren mit einem Kommutator so in Verbindung gebracht, daß zwischen ihnen ein elektrisches Feld beliebiger Spannung erzeugt und daß durch eben diesen Kommutator das Feld in seiner Richtung umgekehrt werden konnte. In einer dritten Ruhestellung des Kommutators waren die beiden Platten gegeneinander kurzgeschlossen. Durch einen Aspirator konnte eingangs beschriebene Gasmasse angesaugt werden, die durch Sperrung von zwei Hähnen sofort in Ruhe gerät, wofern keine Temperaturdifferenzen der Lufträume gegen die Umgebung vorhanden sind. Nach der eingangs beschriebenen Erzeugung der Metallsuspensionen ist es nötig, dieselbe die Temperatur der Umgebung völlig annehmen zu lassen, was man noch rascher durch Durchsaugen der Gasmassen durch Glaskühlschlangen in Wasser von Zimmertemperatur in ein zweites Reservoir erreichen kann. In der Küvette selbst ist sorgfältig jede Temperaturerhöhung durch Strahlung der beleuchtenden Bogenlampe oder des Sonnenlichtes zu vermeiden, was durch entsprechende Wasserkühlungen des beleuchtenden Strahlenganges ohne wesentliche Verminderung der spezifischen Helligkeit gelang. Bei sorgfältig eingerichteten Versuchsbedingungen ist eine die Versuche hindernde oder beeinflussende Strömung oder Turbulenz völlig vermeidbar; jede Störung wäre sofort an Unregelmäßigkeit der zu beobachtenden Erscheinungen leicht ersichtlich.

Dabei möchte ich aufmerksam machen, daß es zweckmäßig erscheint, die Küvette, was freien Hohlraum anbelangt, möglichst klein zu gestalten, weil dadurch Strömungen leicht vermeidbar sind, und daß bei optisch leerem Gesichtsfelde dieses völlig unerleuchtet bleiben muß, da bei diesen Dunkelfeldbeleuchtungen eben nur das von den Teilchen zerstreute Licht ins Mikroskop gelangen darf. Ein Schwärzen der Metallbestandteile des Kondensators, ein völliges Reinhalten des Fensterchens, das durch ein Deckgläschen gebildet wurde, gewährleisten diese Bedingungen. Es mag noch bemerkt werden, daß der Gang des Strahlenkegels des Beleuchtungsobjektivs AA symmetrisch zwischen den Platten des Kondensators durchlaufen muß und daß dieser Strahlenkegel durch den im optischen System angebrachten Spalt beliebig zweckentsprechend reguliert werden kann. Der im Gesichtsfelde des Mikroskopes zur Beobachtung gelangende Teil des Raumes zwischen den Kondensatorplatten ist sodann völlig im homogenen Teil des elektrischen Feldes gelegen.

Wird nunmehr bei kurzgeschlossenem Kondensator die Gasmasse in die Küvette angesaugt, dann gelangt sie bei richtig angestellten Vorsichtsmaßregeln sofort zur Ruhe und es beginnt eine regelmäßige Fallbewegung der in der Gasmasse suspendierten Partikeln. Zuerst durchfallen die großen und lichtstarken rasch das Gesichtsfeld, dann folgen kleinere, die je nach ihren Größenstufen in verschiedenen Geschwindigkeitsstufen fallen. Dabei kann man fortwährend beobachten, wie die Teilchen je nach ihrer Größe und daher mit ihren Größen entsprechenden abgestuften Lichtstärken aneinander vorbeifallen, wie also die großen die kleineren überholen. Schließlich ist es leicht, bei dem fortwährend an Dunkelheit akkommodierten Auge[1]) des Beobachters und bei Abwesenheit von größeren lichtstarken Partikeln ganz kleine lichtschwache Partikeln zu beobachten, die in ganz vertikalen Bahnen gleichförmig und langsam das Gesichtsfeld durchfallen, wobei bei vollständig erschütterungsfreier Anordnung selbst bei diesen kleinen Partikeln höheren spezifischen Gewichts die Impulse der Brownschen Bewegung kaum bemerkbar erscheinen. Schon die Regelmäßigkeit dieser Fallbeobachtungen gestattet leicht, sich ein Urteil über die Abwesenheit von Luftströmungen zu verschaffen. Jedes einzelne Teilchen erscheint bekanntlich bei dieser äußersten Dunkelfeldbeleuchtung bloß dann als leuchtender Punkt, wenn es sich präzise in der Einstellebene des Mikroskopobjektivs befindet. Beim Verlassen dieser bei unserer Versuchsanordnung vertikalen Ein-

1) Ich bin Herrn Dr. Alfred Lechner, der mir bei allen Messungen durch dauernde Kontrolle des Apparates sowie durch Führung des Meßprotokolls behilflich war, zu großem Danke verpflichtet.

stellebene erscheint es je nach seiner Größe von einer Reihe von konzentrischen Beugungsringen umgeben. Es ist sohin eine Abweichung mit horizontaler Komponente sofort konstatierbar. Überdies ist es zweckmäßig, durch eine passende Enge des erwähnten Spaltes des beleuchtenden optischen Systems die Tiefe des Gesichtsfeldes herabzusetzen. Jede seitliche Abweichung von der Lotrichtung ist unmittelbar zu sehen, so daß man sich nunmehr nur zu überzeugen hat, daß in der Richtung der vertikalen Bahnen selbst keine Störung vorhanden ist. Es gelingt dies auch ohne weiteres dadurch, daß man an denselben Teilchen zwischen dem ersten und zweiten und dem zweiten und dritten Striche Fallgeschwindigkeitsmessungen und diese im ganzen Gesichtsfelde macht. Die bei diesen Messungen resultierenden Zahlen überstiegen bei richtiger Versuchsanordnung niemals die Fehler, die den Zeitschätzungen selbst anhaften.

Bei genauem Studium der Fallbeobachtung hat der Verfasser den Eindruck gewonnen, daß sowohl in Flüssigkeiten wie insbesondere in Gasen die Arbeiten über die Brownsche Bewegung vielleicht einer Revision bedürftig wären, denn es konnte bei vertikaler Anordnung des Gesichtsfeldes das Fallen aller suspendierten Größen konstatiert werden und sohin wäre es nur zu leicht möglich, bei horizontal liegendem Gesichtsfeld, insbesondere bei photographischer Registrierung eine auf eine Fallbewegung zurückgehende Ortsänderung als von der Brownschen Bewegung herrührend zu betrachten. Dieser sofortige Eindruck der regelmäßigen Fallbewegung gibt gleich die Übersicht von der Ruhe der Gasmasse in dieser kleinen Küvette.

Das Einschalten eines elektrischen Feldes geeigneter Spannung, bei welchem die elektrische Kraftrichtung mit der Richtung der Erdschwere in völliger Koinzidenz stehen, ändert nun das Bild der bis dahin fallenden Teilchen folgendermaßen: Es gibt erstens Teilchen, die in raschere Fallbewegung der verschiedensten Geschwindigkeitsstufen geraten; zweitens Teilchen, deren Fallbewegung unter Einfluß des elektrischen Feldes eine langsamere wird; drittens gibt es Teilchen, die von dem elektrischen Feld entgegen der Richtung des Schwerefeldes gehoben werden; viertens können hier und da Teilchen nahezu schwebend beobachtet werden. Ein Ausschalten des elektrischen Feldes unter gleichzeitigem Kurzschlusse sistiert sofort die Beeinflussung und sämtliche Teilchen kehren zu ihrer regelmäßigen Fallbewegung zurück. Sollten bei dieser Umschaltung relativ viele Teilchen die Einstellebene verlassen, dann weist dies darauf hin, daß die Richtung des elektrischen Feldes nicht völlig vertikal gerichtet ist, ein Umstand, der ohne weiteres durch Verstellen des Kondensators behoben werden muß.

Im allgemeinen sei konstatiert, daß die nach eingangs beschriebener Methode hergestellten — sit venia verbo — kolloidalen Lösungen in atmosphärischer Luft um so mehr geladen erscheinen, je früher die Suspensionen beobachtet werden. Der galvanische Lichtbogen wurde unter stets gleichen Verhältnissen der atmosphärischen trockenen Luft zirka $^1/_4$ bis $^1/_2$ Minute lang in dieser hergestellt; nach längerer Zeit wurde mit der Messung begonnen.

Methodik der Einzelmessungen.

Es wird nun eine Reihe von Meßmethoden möglich, die für jedes Einzelteilchen dessen Ladung und Radius zu bestimmen ermöglichen. Es wäre vor allem möglich, jene Teilchen im Auge zu behalten, deren gleichförmige Fallgeschwindigkeit im widerstehenden Mittel in eine raschere gleichförmige Bewegung, oder solche, bei welchen die gleichförmige Fallgeschwindigkeit durch das elektrische Feld in eine langsamere gleichförmige Fallbewegung verwandelt wurde. Schließlich wäre es denkbar, ein Teilchen schwebend zu erhalten, und mit dem Mikroskop in diesem Zustande zu beobachten und sodann durch Ausschalten des elektrischen Feldes herabfallen zu lassen. Jedoch gerade diese Fälle halte ich für ungünstig, weil eine Kompensation von Messungsfehlern unwahrscheinlich eintritt. Bei allen Methoden kann man sich jedoch durch Zeitmessung an fallenden Teilchen leicht von der hohen Gleichförmigkeit der Fallbewegung im ganzen Gesichtsfeld überzeugen. Die Abweichungen überstiegen nie die Abweichungen des Chronometers selbst. Insbesondere die Methode, Teilchen schwebend zu erhalten, die bereits an Nebelmassen einige Male mit Erfolg verwendet wurde, scheint dem Verfasser wenigstens bei Messungen an Einzelindividuen, wie es ja im vorliegenden Falle zum ersten Male geschieht, nicht zweckentsprechend zu sein. Überdies wurde ein völliges Schweben der Teilchen aber auch bisher nur dreimal beobachtet, sondern stets eine langsame Bewegung in einem Sinne, die sich oft über Bruchteile der inneren Okularstrichdistanzen beinahe eine Minute hinauszog.

Dem Verfasser erschien nachfolgender Weg der zweckmäßigste und einwandfreieste, wobei durch Änderung der Spannung des Kondensators in geeigneten Grenzen ein Mittel an die Hand

gegeben ist, die Versuche in weitem Maße zu variieren und bei hohen Spannungen auch ein sehr schwach geladenes Teilchen noch gegen die Erdschwere zu heben, das bei einer kleinen Spannung in Vertikalbewegung nach abwärts geblieben wäre.

Beschreibung einer Messung.

Nach völliger Beruhigung der angesaugten Gasmasse bei regelmäßiger Fallbewegung der Teilchen in einem Zeitpunkte, zu dem im Gesichtsfelde des Mikroskops nur mehr zwei bis drei Partikeln enthalten waren, wurde der ursprünglich kurzgeschlossene Kondensator unter geeignete Spannung gesetzt und an einem Chronometer die Zeit gemessen, die ein bestimmtes, mit dem Auge fixiertes Teilchen benötigte, um 112×10^{-4} cm hoch gehoben zu werden; während das Teilchen noch weiter steigt, wird der Kondensator bei gleichzeitigem Abschalten des Feldes kurzgeschlossen, das Teilchen bleibt sodann augenblicklich stehen und kehrt sofort seine Bewegungsrichtung um, beginnt eine gleichförmige Fallbewegung, deren Zeitdauer beim Durchfallen derselben Strecke an derselben Stelle des Raumes an einem anderen Chronometer abgestoppt wurde. Die Chronometer gestatteten, $^1/_5$ Sekunde genau abzulesen, die Zwischenwerte zu schätzen.

Über die Struktur der Teilchen.

Vor allem möchte der Verfasser aber zur weiteren Orientierung bemerken, daß nach dem bis an die Grenze des Auflösungsvermögens getriebenen mikroskopischen Befunde, der von Herrn Professor der Mineralogie Cornelius Doelter nachgeprüft wurde, diese Teilchen durchaus von der Kugelgestalt nicht wesentlich abweichen, wenn auch, wie im nachfolgenden gezeigt wird, Abweichungen für die Schlüsse des Verfassers selbst bei den Ellipsoiden mit den Halbachsen 4 bis 6 kaum 10% betragen würden, und daß nach dem chemischen Befunde des Herrn Hofrates R. Pribram ersichtlicherweise die Teilchen metallischer Natur waren.

Mikroskopiert man die Teilchen, beziehungsweise die auf dem Boden der Glasgefäße niedergefallenen Teilchen bis an die Grenze des Auflösungsvermögens, wobei selbstverständlich zur Bildung eines einwandfreien Urteiles nötig ist, diese mikroskopische Prüfung zu einem Zeitpunkte vorzunehmen, wo Gefäßwände und Boden noch nicht dicht mit Teilchen übersät sind, damit die Teilchen sich nicht aneinander lagern und so andere Gestalten vortäuschen, dann ergibt sich, daß Teilchen aller Größenordnungen vorhanden sind. Alle diese kleinen Gebilde hatten eine ihrer Größe entsprechende Einstelltiefe, hatten Kugelform und zeigten also durchaus auch bei den Größenordnungen bis an die Grenze der Sichtbarkeit den amorphen Zustand. Es konnte nirgendwo ein Teilchen konstatiert werden, das eine wesentliche Exzentrizität gehabt hätte.

Die Luft, in der die Zerstäubung der Metalle vorgenommen wurde, war durch zwei Schwefelsäureflaschen getrocknet worden, da andere Trocknungsmittel wegen der eventuell mit in den Luftraum gerissenen Partikel unanwendbar schienen. Wenn auch sohin größere Feuchtigkeitsmengen ausgeschlossen schienen, so ist diese bei so subtilen Versuchen bekanntlich nie völlig zu vermeiden. Eine Kondensation von Feuchtigkeit auf diesen Metallteilchen könnte aber bei der großen Dichte der Metalle wohl keine wesentlichen Änderungen an den Schlüssen des Verfassers hervorrufen, um so mehr, als selbst, wenn im Verhältnis zum Metallvolumen ein unendliches Wasservolumen auf diesen angenommen und sohin die Dichte 1 in Diskussion gezogen würde, auch dies, wie später gezeigt wird, nicht ausreichen würde, die auffallenden Resultate zu erklären. Während bei Phosphornebel und bei Zigarettenrauch, auch wenn der letztere durch große Wattepfropfen gesaugt worden war, an den Glasfenstern der Küvette oft ein feuchter Niederschlag konstatiert wurde, war derselbe bei den Metallsuspensionen weder in der Küvette noch bei den sonstigen Niederschlägen in den Erzeugungsgefäßen zu konstatieren. Immerhin suchte sich der Verfasser von dem unmittelbaren Einflusse der Feuchtigkeit zu überzeugen. Die Elektroden der zu zerstäubenden Metalle wurden bei einem Versuche mit Wasser befeuchtet und überdies in das Zerstäubungsgefäß Wasser gegossen. Die sodann in der Küvette zu beobachtenden Suspensionen hatten ein typisch anderes Verhalten. Es waren viele Partikelnebel vorhanden, die in lebhaftester Brownscher Bewegung begriffen waren, die des metallischen Glanzes entbehrten, und eine die Reinheit der Versuche störende lebhafte Bewegung konnte ein einwandfreies Messen nicht zustande kommen lassen. Selbst nach einer halben Stunde waren noch zahlreiche nebelartige Teilchen zu erkennen, die in ihrem ganzen Verhalten sich auf den ersten Blick von den eingangs beschriebenen Metallteilchen wesentlich unterscheiden. Verfasser wird auch in dieser Hinsicht durch Variation der Versuchsbedingungen, durch Anwendung verschiedener Gase, durch die bei diesen Ver-

suchen allerdings nur schwer durchführbaren Ausschluß aller Feuchtigkeit durchlässigen Bestandteile diese Umstände einer weiteren Untersuchung unterziehen, wenn sie auch heute bereits für die Schlüsse ohne wesentlichen Belang sind.

Es ist in nachfolgendem Auszug aus den Messungstabellen in der ersten Kolonne die Protokollnummer angeführt, in der zweiten die Zeit in Sekunden, die das bezügliche Teilchen brauchte, um die Strecke von $102 \cdot 10^{-4}$ cm zu durchfallen, in der dritten Kolonne die Spannung des elektrostatischen Feldes in abs. E.S.E., die am Kondensator wirkte, um in den in der vierten Kolonne angegebenen Zeiten die bezüglichen Teilchen dieselbe Strecke zu heben. Über die 6. und 7. Kolonne wird im folgenden berichtet werden.

Bezüglich der vollständigen Tabellen sei auf die Wiener Akademieberichte verwiesen. Es seien an dieser Stelle von jedem Metalle bloß die Messungen an 10 großen, 10 mittleren und 10 kleinen Teilchen angeführt.

Nach der vom Verfasser in den akademischen Anzeigern der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien vom 4. März 1909, Nr. 7 und in der verbesserten Methode vom 21. April 1910, Nr. 10, sowie im Detail in vorliegender Abhandlung veröffentlichten Methode hat Herr Karl Przibram in Wien eine Zahl anderer Substanzen der Messung unterzogen, so unter anderem auch Phosphornebel in atmosphärischer Luft[1]). Es schien dem Verfasser nicht unwesentlich, diese Substanzen auch bis an das Bereich der äußersten Ultramikroskopie nach seiner Methode messend zu verfolgen. Zu diesem Behufe wurde vor die Küvette ein Röhrchen gebracht, in dem sich ein kleines, etwa $^1/_2$ cm langes, 3 mm starkes weißes Phosphorteilchen befand; wurde nun die ungetrocknete atmosphärische Luft über diesen Phosphor in die Küvette geblasen, dann konnte man nach beiläufiger Schätzung scheinbar mit dem Grade der Oxydation des Phosphors variierend im Kubikzentimeter Luft auf das Vorhandensein von 10^6 bis 10^8 im Ultramikroskope noch sichtbarer sogenannter großer Phosphorionen schließen. Diese Phosphornebel sind in einer ganz wesentlich lebhafteren Brownschen Molekularbewegung begriffen, als jene, welche die eingangs beschriebenen Metallsuspensionen aufwiesen. In Beziehung auf diese Bewegung scheinen die Nebel viel Ähnlichkeit aufzuweisen mit den Nebelniederschlägen, die entstehen, wenn man, wie schon eingangs S. 623 erwähnt,

1) Meine Messungen am Phosphornebel wurden bei der Korrektur zugesetzt.

Platin.

Protokoll-Nr.	Fallzeit in Sekunden	Abs. elektrostatisches Feld	Zeitdauer der elektr. Bewegung in Sek.	Radius $\times 10^6$ cm	Ladung $\times 10^{10}$ absolute elektrost. Einheiten
53	20	0,320	3,8	4,42	1,5
99	19,5	0,320	5,0	4,50	1,22
7	17,6	0,320	3,0	4,70	1,99
6	16,0	0,320	2,0	4,96	3,02
145	16,0	0,3328	2,5	4,94	2,38
18	15,5	0,320	2,5	5,01	2,52
68	14,5	0,320	1,8	5,19	3,52
61	14,5	0,320	4,9	5,19	1,53
96	14,0	0,320	4,0	5,29	1,84
123	12,6	0,320	4,2	5,86	2,07
78	5,0	0,320	2,5	8,86	5,76
97	5,0	0,320	8,2	8,86	3,08
149	5,0	0,3328	3,6	8,85	4,41
161	5'0	1,1264	1,7	8,85	2,15
163	5,0	1,1264	2,5	8,85	1,63
9	4,9	0,320	1,6	8,94	8,04
73	4,8	0,320	2,7	9,03	5,67
40	4,8	0,320	5,0	9,03	4,0
11	4,8	0,320	5,5	9,03	3,83
65	4,8	0,320	5,0	9,03	4,0
90	3,0	0,320	2,8	11,4	8,55
44	3,0	0,320	2,0	11,4	10,31
17	3,0	0,320	4,0	11,4	7,22
54	3,0	0,320	2,7	11,4	8,72
58	3,0	0,320	7,5	11,4	6,30
108	3,0	0,320	2,5	11,4	9,09
35	2,8	0,320	3,9	11,7	7,89
106	2,8	0,320	8,4	11,8	5,97
82	2,7	0,320	6,0	12,0	7,01
38	1,8	0,320	6,4	14,7	12,43

Silber.

113	22	0,5376	$5,08_D$[1])	6,04	0,94
68	19	0,5120	$2,02_D$	6,51	2,44
99	14	0,5120	2	7,58	2,95
10	10,6	0,5376	3,8	8,7	1,99
114	10,2	0,5376	7	8,8	1,37
77	$9,85_D$	0,512	$1,05_D$	9,03	6,46
39	$8,91_D$	0,5376	$2,58_D$	9,4	3,04
69	8,8	0,512	$4,2_D$	9,49	2,27
18	7,8	0,5376	1,8	10,15	4,45
107	7,4	0,5376	1,4	10,48	5,73
1	4,2	0,5248	2,9	13,7	5,31
88	4,2	0,5376	19,4	13,8	3,07
56	$4,10_D$	0,512	$7,65_D$	13,9	3,55
48	$3,91_D$	0,5376	5,15	14,3	4,12
59	3,9	0,5376	13,0	14,3	3,07
89	$3,82_D$	0,5376	$1,53_D$	14,4	8,51
64	$3,8_D$	0,512	$1,44_D$	14,49	9,46
100	$3,8_D$	0,512	2,5	14,49	6,53
91	$3,73_D$	0,5376	$5,93_D$	14,68	4,12
45	$3,62_D$	0,5632	$2,0_D$	14,8	7,04
6	$1,72_D$	0,5376	2,6	21,6	13,36
66	$1,72_D$	0,512	$4,3_D$	21,6	11,9
90	$1,72_D$	0,5376	$2,2_D$	21,6	14,34
94	$1,58_D$	0,5376	5,55	22,5	11,82
3	$1,53_D$	0,5376	$1,44_D$	22,9	19,8
30	1,4	0,5376	3,6	23,89	15,2
31	1,4	0,5376	2,4	23,8	17,29
71	$1,15_D$	0,512	6,4	26,4	18,52
57	1,15	0,5376	$1,44_D$	26,4	26,65
60	$1,01_D$	0,5376	$2,97_D$	28,29	24,2C

1) Die mit D bezeichneten Werte wurden über eine größere Distanz gemessen.

Gold.

Protokoll-Nr.	Fallzeit in Sek.	Abs. elektrostat. Feld	Zeitdauer der elektr. Bewegung in Sek.	Radius $\times 10^8$ cm	Ladung $\times 10^{10}$ abs. elektrostat. Einheiten	
24	35,0	0,6656	3,8	3,52	0,53	
5	22,2	0,3328	3,0	4,42	1,73	
50	13,2	0,640	2,5	7,22	1,48	
27	9,4	0,6656	3,0	6,8	1,55	
7	9,0	0,3328	2,3	6,95	3,93	
1	8,5	0,3200	11,4	7,15	1,59	
25	8,0	0,6656	8,5	7,37	0,93	
30	8,0	0,640	3,1	7,37	1,78	
26	7,6	0,6656	3,8	7,56	1,55	
23	7,4	0,6656	2,0	7,66	2,53	
38	5,5	0,640	15	8,89	1,19	
15	5,4	0,3328	8,3	8,97	2,84	
22	5,2	1,024	1,4	9,14	3,53	
33	5,2	0,6528	2,9	9,14	2,6	
40	5,1	0,640	1,4	9,32	4,62	
6	5	0,3328	3,2	9,32	4,79	
9	5	0,3328	58	9,32	1,93	Ziemlich gut. Schwebte nach Messung. Richtig geändert.
17	5	1,024	6,3	9,32	1,13	Liegt tiefer.
19	5	1,024	4,4	9,32	1,34	
3	4,9	0,320	2	9,44	7,18	
21	4,3	1,024	3,5	10,05	1,76	
42	3,6	0,640	4,8	10,99	3,01	+
45	3,6	0,6528	2,3	10,99	4,16	
47	3,6	0,640	4	10,99	2,85	
53	3,5	0,640	2	11,14	4,74	
43	3,5	0,640	1,6	11,14	5,5	
2	3,0	0,320	2,5	12,0	9,57	
13	3,0	0,3328	4,4	12,0	6,99	+
18	2,8	1,024	1,5	12,49	4,32	
20	2,6	1,024	2,4	12,93	3,51	

Phosphornebel.

Protokoll-Nr.	Fallzeit in Sek.	Abs. elektrostat. Feld	Zeitdauer der elektr. Bewegung in Sek.	Radius $\times 10^8$ cm	Ladung $\times 10^{10}$ abs. elektrostat. Einheiten	
13	24,0	1,024	9,5	16,7	1,08	Starke Brownsche Bewegung; lichtschwach.
20	20,6	0,793	4,3	18,0	2,48	
4	20,3	0,512	16,0	18,1	1,54	
24	18,0	0,793	4,0	19,3	2,84	
23	15,8	0,793	2,3	20,6	5,02	
12	15,3	1,024	∞	20,9	0,52	Schwebt präzise.
25	14,5	0,793	22,0	21,4	1,20	Sehr gute Messung ohne Brownsche Bewegung.
28	14,4	0,793	4,4	21,6	3,13	Das Teilchen wurde nach dem Falle wieder gehoben; war also noch geladen.
20	14,0	1,229	2,0	21,8	3,94	
29	13,6	0,793	5,0	22,2	2,97	
22	10,0	0,793	0,8	25,9	17,10	
1	10,0	0,538	7,2	25,9	4,45	
27	9,4	0,793	2,0	26,7	7,92	
30	9,0	0,793	∞	27,3	1,48	
11	9,0	1,024	12,0	27,3	2,02	
19	7,0	1,229	∞	30,9	1,41	
9	7,0	0,768	5,0	30,9	5,35	Ein Teilchen schien sich während der Bewegung umzuladen.
3	6,6	0,768	6,4	31,8	4,95	
2	6,6	0,768	8,0	31,8	4,46	
31	5,8	0,793	2,0	33,9	11,16	
7	5,6	0,768	12,0	34,6	4,58	
8	5,4	0,768	4,5	35,2	7,25	Hat sich im elektr. Felde zuerst rasch u. dann langsamer bewegt; es trat also scheinbar eine Entladung ein.
21	4,4	1,203	4,4	38,9	5,85	
16	4,4	1,049	3,2	39,0	7,80	
15	4,3	1,024	8,0	39,4	5,30	
10	4,2	0,768	9,6	39,9	6,87	
17	3,8	1,229	9,4	41,9	4,79	
14	3,6	1,024	4,7	42,6	8,00	
6	3,6	0,512	6,2	42,6	14,30	
5	3,6	0,512	6,6	42,6	13,60	Es sind Teilchen mit allen Geschwindigkeitsstuf. vorhanden.
18	2,0	1,229	0,9	57,8	28,90	

die Metalle in einem Gefäße verdampft oder zerstäubt, auf dessen Boden die Bildung von Feuchtigkeitsnebeln begünstigendes Wasser enthalten war. Die größeren der Phosphornebel haben etwa die Lichtstärke der Teilchen des Zigarettenrauches; es kann jedoch bei ihnen sowohl die Steigzeit im elektrischen Felde als auch die Falldauer nach der vom Verfasser angegebenen Methode unschwierig bestimmt werden. Bemerkenswert ist, daß häufig ein Zusammenstoß dieser Partikel bei der großen Dichte ihres Vorhandenseins zu beobachten ist, und daß auch schon die Lebhaftigkeit der Brownschen Bewegung dieser Partikel deutlich darauf hinweist, daß ihr spezifisches Gewicht bedeutend geringer ist, als das der eingangs beschriebenen Metallpartikel. Nur die größeren lichtstärkeren Phosphornebelteilchen sind als von Brownscher Bewegung ziemlich unbeeinflußt zu bezeichnen. In der nachfolgenden Tabelle könnte man die Teilchen bis zur Fallzeit von 10 Sekunden, sowie die Nr. 12 und 25 als solche bezeichnen, während die Brownsche Bewegung sich bei den Phosphorteilchen längerer Fallzeit deutlich bemerkbar macht. Immerhin war auch deren Bewegung sowohl im Felde eine ganz ausgesprochene und ist von einer anderen Größenordnung als jene Bewegung, die man nach den derzeit üblichen Erklärungen durch die Impulse der Molekeln des Gases erklärt[1]). Es muß aber betont werden, daß gerade beim Phosphornebel auch Teilchen vorhanden waren, deren Brownsche Bewegung ganz bedeutende Ortsänderungen bewirkt, und bei welchen die Fallbewegung erst bei einer oft mehrere Minuten andauernden Beobachtung konstatiert werden kann. Diese Beobachtung an den wegen ihrer Kleinheit und ihres ge-

1) „Über die Brownsche Bewegung in Gasen", vom Verfasser dieses: Wiener Akademie, Sitzungsberichte **118**, Juli 1907.

ringen spezifischen Reflexionsvermögens sehr lichtschwachen Partikeln wird überdies naturgemäß noch durch den Umstand erschwert, daß sie häufig die Einstellebene des Mikroskopobjektives verlassen, und daher ein ungestörter langdauernder Beobachtungszug derselben nur schwer ausführbar ist.

Vorstehende Tabelle ist nach denselben Grundsätzen verfaßt, die schon bei den vorhergehenden Metallpartikeln in Anwendung stand. Bemerkenswert erscheinen unter anderen die Protokollnummern 15, 16 und 21, die unter ganz gleichen Umständen unmittelbar hintereinander gemessen wurden. Die Fallzeiten 4'3 und 4'4 Sekunden weisen auf gleiche Größe hin, während die Steigdauern 8'0, 3'2, 4'4 Sekunden währten. Die Messungsfehler unterschreiten 5 Proz. Es sei ferner auf die Protokollnummern 9 und 19 verwiesen; die im elektrischen Felde als schwebend bezeichneten Teilchen könnten in diesem Zustande über eine Minute beobachtet werden.

Verfasser sei es gestattet, aus seinen Messungsresultaten Schlüsse zu ziehen.

Über die Stokessche Formel und deren Anwendung auf diese Messungen.

Bezüglich der Bewegungsgesetze einer gleichförmig im widerstehenden Mittel sich bewegenden Kugel sei auf das Lehrbuch der Hydrodynamik von Horace Lamb verwiesen. Aus diesen Gesetzen haben bekanntlich schon Townsend, J. J. Thomson und H. A. Wilson und deren Schule die mittleren Radien der die sinkenden Nebelschichten konstituierenden Wassertröpfchen berechnet. Man hat sie bisher ohne weitere Scheu auf die gleichförmige Bewegung der Kugel im weitesten Maße angewandt, und fast durchgehends stützen sich die Schlüsse der in der Originalabhandlung des Verfassers aufgezählten Methoden zur Bestimmung des Elementarquantums auf diese Formel.

Da diese Formel von Stokes bei wichtigen Messungen zur Bestimmung der Größe winziger Kugeln auf Grund ihrer Fallgeschwindigkeit in Luft benutzt worden ist, haben sich John Zeleny und L. W. Mc. Keehan[1]) der dankenswerten Aufgabe unterzogen, die Endgeschwindigkeit des Falles kleiner Kugeln in atmosphärischer Luft zu messen und die Übereinstimmungen mit der Stokesschen Formel zu prüfen. Es ergab sich, daß künstliche Kugeln aus schwarzem Wachs, aus Quecksilber oder aus Paraffin innerhalb weiter Grenzen für die Kugelgröße gut mit der theoretischen Formel übereinstimmten.

Es sei ferner erwähnt, daß nach Jean Perrin[1]) „dieses Gesetz in dem Bereiche der mikroskopischen Größen gültig ist, und die Bestätigung seiner Richtigkeit bis an die ultramikroskopischen Teilchen läßt keinen Zweifel mehr darüber, daß dieses Gesetz auch wenigstens annähernd für die noch kleineren Teilchen der gewöhnlichen kolloidalen Suspensionen oder für die großen in den Gasen gefundenen Ionen gilt".

Verfasser neigt der Ansicht zu, daß bei Metallteilchen von den Größendimensionen, wie sie in vorliegender Studie behandelt werden, die nach Svante Arrhenius „Theorien der Chemie" S. 134 noch einige hundertmillionenmal schwerer sind als das Wasserstoffatom, Abweichungen des Stokesschen Gesetzes wohl kaum als ausreichender Erklärungsgrund der auffallenden Resultate herangezogen werden könnten, um so mehr, als die Phosphornebel analoge Resultate ergeben und sohin dieser Einwand auch für alle bisherigen Methoden gemacht werden müßte. Übrigens wird sich derselbe in zukünftigen Untersuchungen auch von der Stokesschen Formel unabhängig machen.

Verfasser will trotz des bereits erwähnten mikroskopischen Befundes es nicht unterlassen, sich über die Größenordnung der Fehler Rechenschaft zu geben, die durch Partikeln von der Form von dreiachsigen Ellipsoiden entstünden. Es sei der bereits zitierten Abhandlung Zelenys und M. C. Keehan der Fall dieser Berechnung entnommen. „Das Ellipsoid habe die Halbachsen 4, 5 und 6. Es ist die Endgeschwindigkeit des Ellipsoids, wie sie sich unter der Annahme berechnet, daß das Ellipsoid einer Kugel mit einem Halbmesser gleich dem Mittel aus den drei Halbachsen äquivalent sei, um 8 vom Hundert größer als die Geschwindigkeit, die sich für dasselbe Ellipsoid berechnet, wenn es sich in Richtung der kleinsten Achse bewegt, und die gleiche wie die Geschwindigkeit des Ellipsoids, wenn es sich in Richtung seiner größten Achse bewegt."

Sohin erscheint es hinlänglich berechtigt, auf die gleichförmige Bewegung dieser Partikeln die Stokessche Formel der Mechanik, wie dies bei allen bisherigen einschlägigen Arbeiten erfolgte, anzuwenden. Sollte es dereinst gelingen, diese Formel durch eine Formel der kinetischen Gastheorie zu ersetzen, welche

1) Die Endgeschwindigkeit des Falles kleiner Kugeln in Luft; John Zeleny und L. W. Mc Keehan, diese Zeitschr. 11, 78, 1910.

1) Die Brownsche Bewegung und die wahre Existenz der Moleküle. Jean Perrin, Ann. de Chim. et de Phys., 8. Serie, 18. September 1909.

die Bewegung einer Kugel durch ein Gas aus ihren Prämissen berechnet, dann könnte diese vielleicht mit Erfolg auf vorliegende Messungsresultate angewendet werden.

Betrachten wir also ein kugelförmiges Teilchen vom Radius a und vom spezifischen Gewichte s, das unter dem Einflusse der elektrostatischen Kraft $\mathfrak{E}$ gegen die Erdschwere mit der gleichförmigen Geschwindigkeit v_1 in atmosphärischer Luft vom Reibungskoeffizienten μ gehoben wird, dann lauten die Bewegungsgleichungen:

$$e\mathfrak{E} - \frac{4a^3\pi}{3} sg = 6\pi\mu a v_1 \qquad (1)$$

$$\frac{4a^3\pi}{3} sg = 6\pi\mu a v_2. \qquad (2)$$

Die Fallgeschwindigkeit des gleichförmigen Falles des Kügelchens wird reguliert durch die Gleichung (2).

Aus diesen beiden Gleichungen berechnet sich die Ladung e und der Radius a nach I und II:

$$e = \frac{18\,\mu^{\frac{3}{2}}\pi}{\mathfrak{E}} \frac{1}{\sqrt{2sg}} (v_1 + v_2)\sqrt{v_2} \qquad (I)$$

$$a = \frac{3\mu}{\sqrt{2sg}} \sqrt{v_2}. \qquad (II)$$

Je kleiner die Geschwindigkeiten der Teilchen, desto genauer erscheinen die Werte, da oft Zeiten von 15 bis 38 Sekunden zur Beobachtung gelangen. Gerade diese niederen Werte, die sich ergeben und vom hauptsächlichsten Interesse erscheinen, dürften kaum wenige Prozente des Resultates Fehler enthalten; die vielen Kontrollmessungen, die zum Zwecke der Konstatierung der Gleichförmigkeit der Bewegung und der Abwesenheit der Strömungen sehr häufig zwischen den Messungen eingestreut wurden, erreichten nirgendwo 10 Proz., trotzdem gerade diese Kontrollversuche so vorgenommen wurden, daß sich bei den Zeitmessungen die Fehler offenkundig addieren mußten.

Kolonne 3 und 4 der Versuchsergebnisse enthalten die aus I, respektive II errechneten Teilchenradien, beziehungsweise Ladungen.

Bei den nach steigenden Radien geordneten Tabellen überblickt man leicht, daß die Ladungen mit steigendem Radius, also wachsender Kapazität wachsen.

Man beachte ferner, daß auch die kleinen Werte aus den verschiedensten Fallzeiten und Steigzeiten resultieren. Es gibt solche mit sehr kleinen Radien und mittleren Hebezeiten, andere auffallend kleine Ladungen resultieren an kleinen Teilchen und kleinen Steiggeschwindigkeiten und schließlich gibt es solche, die bei mittleren Radien sehr große Steigzeiten hatten. Zunächst hielt der Verfasser es für übereilt, aus diesem Umstande andere Schlüsse zu ziehen, als daß diese Teilchen bei gleichen Radien, also gleichen Kapazitäten, verschiedene Ladungen aufwiesen, beziehungsweise bei den verschiedensten Radien, also auch Kapazitäten gleiche Ladungen als den, daß dies vom Ladungszustand, beziehungsweise wie weit die Vereinigung der Elektrizitäten beiden Vorzeichens zum Zeitpunkte, wo die betreffende Messung vorgenommen wurde, schon vorgeschritten war, abhängt. Erst in Zukunft wird der Verfasser bestrebt sein, auch in dieser Hinsicht die Resultate zu ergänzen.

Um eine leichtere Übersicht über die angemessenen Ladungen zu erhalten, sind in nachfolgenden Zeichnungen die Ladungen als Abszissenwerte eingetragen, so zwar, daß 2 cm gleich $1 \cdot 10^{-10}$ absolute elektrostatische Elektrizitätseinheiten bedeuten. Fallen mehrere Werte in den gleichen Punkt der Abszissenachse, so zwar, daß dieser bei vorliegender Vergrößerung nicht mehr ersichtlich eingezeichnet werden könnte, dann wurde die Häufigkeit des Vorkommens dieses Wertes durch eine Ziffer über dem ersten Striche dieses Wertes kenntlich gemacht. Vom Zeichnen von Verteilungskurven möchte der Verfasser absehen, da diese ihm erst bei unendlich gehäufter Statistik ein sinngerechtes Bild zu geben scheinen und man für die Ordinaten dieser Kurven erst den richtigen Schlüssel finden müßte.

Schlüsse des Verfassers.

Verfasser möchte erneuert seiner Meinung Ausdruck geben, daß, da die Fehler der Messungen 10 Proz. nie übersteigen, entweder die Elektronenladung nicht unteilbar ist oder daß die Stokessche Formel für kleine Teilchen nicht gilt. Da jedoch nach eingangs zitierten Untersuchungen für letztere Annahme derzeit kein positiver Anhaltspunkt vorhanden ist, glaubt der Verfasser eher der Anschauung zuneigen zu sollen, daß es in der Natur Elektrizitätsmengen gibt, die die bisher als kleinst und unteilbar gedachte Ladung des Elektrons oder einwertigen Wasserstoffions unterschreiten. Würde man dagegen an der Unteilbarkeit der Elektronenladung festhalten, dann müßten durch Zugrundelegung der Stokesschen Formel bei

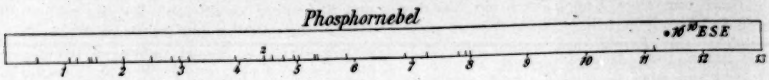


Fig. 1.

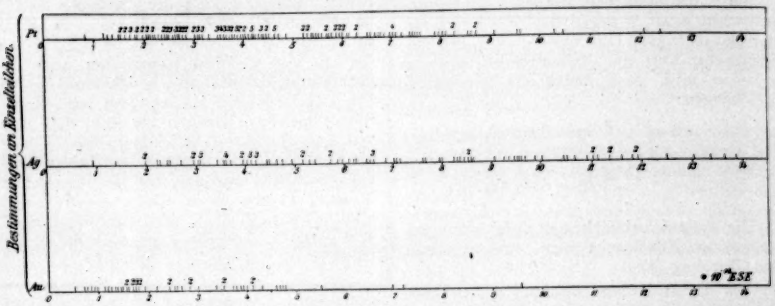


Fig. 2.

den kleinen Teilchen Werte resultieren, die sehr wesentlich abweichen [1]).

Jedoch auch diese Annahme würde noch nicht ausreichen, weil auch an Teilchen jener Größenordnung, wo die Anwendung der Stokesschen Formel oft auf die einwertige und höhere als die Ionenladung führt, Ladungen gemessen wurden, welche die Elektronenladung unterschritten, das heißt, daß die kleinsten Ladungen wohl vielfach, jedoch insbesondere bei vorgeschrittener Entladung der Partikeln nicht durchaus an die nach der Stokesschen Formel und übrigens auch nach der Intensität des von ihnen zerstreuten Lichtes im Ultramikroskop als kleinst erkannten Massen gebunden scheinen. Die Dichte der Teilchen wurde der Dichte der bezüglichen Edelmetalle gleichgesetzt. Auch wenn man trotz Trocknung der Luft bei so subtilen Versuchen mit der Möglichkeit rechnete, daß Kondensation auf den Metallpartikeln deren mittlere Dichte erniedrigen oder eine Oxydation der Metalle [2]) eingetreten wäre, so könnte das wohl ein Vergrößern der Werte bewirken, es wäre jedoch hierin kein ausreichender Erklärungsgrund der kleinen Werte zu erblicken; um diese zu erklären, müßte die Dichte der Einzelpartikeln die Dichte des Wassers erheblich unterschreiten. Unter Benützung oben zitierter Dichten beträgt der kleinste am Platin gemessene Wert 9×10^{-11} elektrostatische Einheiten, sodann folgen einige Gruppierungen, ferner eine Gruppierung um 3.5×10^{-11} absolute elektrostatische Einheiten; es sei auch bemerkt, daß relativ viele Teilchen einer Radiengröße dorthin ihre Ladungen setzen; sodann folgen auffallend wenig Werte um 5×10^{-10}, sodann einige Gruppierungen, eine weitere Häufung bei 7×10^{-10}. Wenn auch bereits über 150 Messungen an Einzelteilchen des Platins vorgenommen sind, möchte der Verfasser aus diesen Gruppierungen noch keine Schlüsse ziehen und auch keine Verteilungskurven zeichnen, bei welchen überdies die Ordinaten derzeit noch dem Ermessen überlassen wären, da man noch nicht wissen kann, ob die an Einzelteilchen gemessenen Ladungswerte, die bisher seltener erhalten wurden, in der Natur tatsächlich nicht vorhanden sind, oder ob eine große Häufung der Statistik, insbesondere bei Variation der Versuchsbedingungen auch unter Benützung verschiedener Gase diese Werte nicht ebenso häufig ergeben wird. Verfasser möchte der Anschauung zuneigen, daß es in der Natur Elektrizitätsmengen zu geben scheint, die die Ladung des Elektrons unterschreiten. Es ist aber auch eine Gruppierung um das bisher als kleinst

1) Soeben erscheint eine Abhandlung von E. Cunningham, Proc. royal soc., vol. 83, No. A, 563. Dieselbe besagt, daß für Kugelradien $7 \cdot 10^{-6}$ bis $1 \cdot 10^{-5}$ sich aus der Stokesschen Formel Geschwindigkeiten errechnen, die bloß die Hälfte der wirklichen betragen. Es wären also die hier erschlossenen kleinen Ladungen in der Natur noch kleiner.

2) Andere Metallverbindungen scheinen ausgeschlossen. Vgl. F. Fischer, Ber. d. D. chem. Ges. 28. Mai 1910.

gedachte Elektrizitätsatom zu sehen und auch beim Doppelten und Dreifachen dieses Wertes sind mehr Werte zu verfolgen. Ob dieses vielleicht häufigere Wiederauftauchen der einwertigen Ionenladung und ihrer Vielfachen wirklich allein auf die atomistische Struktur der Elektrizität zurückzuführen ist, ob da nicht Gründe thermodynamischer, kapillarer, elektrokapillarer oder derzeit unbekannter Natur mitspielen, oder ob die Gleichartigkeit der Erzeugungsweise nicht gewisse Gruppierungen bewirkt, scheint dem Verfasser zumindest einer genauen Durchforschung nötig, die er zu unternehmen versuchen wird. Er möchte meinen, daß, wenn ein unteilbares Elektrizitätsatom vorhanden ist, dieses kleiner als 1×10^{-10} absolute elektrostatische Einheiten sein müßte.

Ob überhaupt ein solches existieren kann, erhofft er aus weiterer Fortsetzung der Statistik entnehmen zu können, denn da Teilchen beiderlei Ladungssinnes existieren, muß auch deren Differenzladung in der Natur als bestehend angenommen werden. Nur also, wenn Gruppierungen weiter wachsen sollten und auch bei Variation aller Versuchsbedingungen, bei Variation der Erzeugungsweise und bei verschiedenen Materialien stets an derselben Stelle verbleiben, nur wenn ferner diese Gruppierungen sich nach dem Fehlerverteilungsgesetze um den Elektronenwert und dessen Vielfache verteilen und mit zunehmender Zahl der Beobachtungen stets deutlicher hervortreten, und wenn ferner die zwischen den Elektronenwerten liegenden Ladungen sich erklären ließen, und sich nicht noch kleinere Ladungen nachweisen lassen werden, die man als sichergestellt betrachten kann, könnte man dann bei den derzeitigen Anschauungen verharren. Die Messungen am Silber erhärten die bereits am Platin gesammelten Erfahrungen und auch hier konnten Werte gemessen werden, die in der Größenanordnung 10^{-10} absolute elektrostatische Einheiten liegen. Auch hier wurden Werte um die als ein- und mehrwertigen Ionen bekannten Stellen konstatiert, jedoch auch zwischen diese fallen andere Werte. Am auffallendsten trotz der bisher am wenigsten gemessenen Werte scheinen die Schlüsse des Verfassers am Golde bestätigt zu werden. Der kleinste bisher gemessene Goldwert schien eine Ladung in der Größenordnung von 5×10^{-11} absolute elektrostatische Einheiten zu tragen, also kaum etwas mehr als der zehnte Teil der Ladung des bisher als kleinst gedachten Wasserstoffions. Die Werte des Goldes erfüllen kontinuierlich ansteigend das Intervall von 5×10^{-11} bis zu einer Häufung um $1{,}75 \times 10^{-10}$ absolute elektrostatische Einheiten, also des Drittels der Elektronenladung. Auch bei den bisher als ein-, zwei und dreiwertige Ionen bekannten Stellen konnten mehrere Werte konstatiert werden, jedoch auch zwischen diesen liegen Werte. Schließlich seien die Messungen am Phosphornebel in die Diskussion einbezogen.

Wenn auch bei seinen Messungen an Phosphornebel von einer Statistik noch nicht gesprochen werden kann, so hält sich Verfasser bereits derzeit zu nachfolgenden Schlüssen berechtigt:

Es scheint der Wert 4 bis 5×10^{-10} abs. E.S.E. häufiger vorzukommen, dabei ist aber die Existenz von Werten bei 2 und 3×10^{-10} sowie bei 6 und bei 7×10^{-10} als sichergestellt zu betrachten. Es kann nicht angenommen werden, daß diese Abweichungen von der Elektronenladung oder deren Vielfachen durch Versuchsfehler, durch Streuung der Methode usw. erklärt werden kann, da letztere kaum in die Fünftelsekunde der Steig- resp. Falldauern zu liegen kämen. Auch die eventuelle Schwankung der Wurzel der Dichte zwischen 1 und 1,26 reicht nicht aus. Man beachte die unmittelbar hintereinander vorgenommenen Messungen Nr. 15 und 16. Bei gleicher Falldauer ergibt bei ersterer die Steigdauer von 8 Sekunden eine Ladung von $5{,}3 \times 10^{-10}$, bei der zweiten eine Steigdauer von 3,2 Sekunden, die Ladung $7{,}8 \times 10^{-10}$ abs. E.S.E., wofern man für das spezifische Gewicht dieser Nebel gleich 1 setzt. Diese beiden Ladungen unterscheiden sich nur zirka um die Hälfte des Elektronenwertes; dazu sind die Träger dieser Ladungen vom Größendurchmesser 8×10^{-5}, also von einer Größenordnung, bei welcher die Stokessche Formel bisher widerspruchslos als gültig angenommen wurde. Die Werte unter 2×10^{-10} sind bei diesen Nebeln wegen der durch ihre geringe Dichte bedingten lebhafteren Brownschen Bewegung schwerer zu messen, aber deren Bewegungstendenz im elektrischen Felde wie im Schwerefelde scheint dem Verfasser als sicherstehend anzusehen zu sein. Protokollnummer 25 ist übrigens ein Wert, der ohne wesentliche Brownsche Bewegung 37 Sekunden lang beobachtet wurde, und eine Ladung von bloß $1{,}2 \times 10^{-10}$ ergeben würde[1]). Da überdies Teil-

1) Verfasser ist im Begriffe, mit Hilfe eines die Zeit registrierenden Dreihebelstiftschreibers von Siemens & Halske die eingangs beschriebene Meßmethode an demselben Teilchen zu wiederholten Malen durchzuführen, um so den zeitlichen Ladungszustand eines und desselben Partikels zu verfolgen. Er konnte dies beim Phosphornebelteilchen

chen beiderlei Ladungssinnes vorhanden sind, ergibt sich aus der Sicherstellung verschiedener Ladungen stets die Existenz der Differenzladungen in der Natur, es schien insbesondere dem Verfasser bei kleinen Ladungen öfters, als ob eine Ladungsänderung, ja sogar eine Umladung erfolgen könnte. Derzeit würde der Verfasser meinen, daß es in der Natur außer den bereits bekannten Ladungen um die als ein- und mehrwertige Ionen bekannten Größen noch andere Ladungswerte zwischen diesen gibt, die in der Natur als bestehend angenommen werden müssen und überdies Elektrizitätsmengen, die nur einen Bruchteil der bisher als unteilbar gedachten Elektronenladung tragen. Nach dem derzeitigen Stande seiner Untersuchung hat es den Anschein, als ob ein unteilbares Elektrizitätsatom von der Größenordnung 10^{-10} absolute elektrostatische Einheiten in der Natur als nicht bestehend angenommen werden müßte.

Da die vom Verfasser angegebene Methode die Ladung sowie den Radius jedes mikroskopisch oder ultramikroskopisch kleinen Einzelteilchens zu bestimmen gestattet und auch ein von den bisherigen Mittelwertsbildungen freies Resultat sichert, möchte er der Frage, ob in der den Messungen nunmehr direkt zugänglichen Größenordnung überhaupt ein unteilbares Elektrizitätsatom in der Natur besteht, durch weitere Fortsetzung und Variation der Versuche nähertreten.

Verfasser war nicht imstande, diese Versuche unter Aufrechterhaltung der Grundhypothesen der Elektronentheorie zu erklären.

Vielleicht gelingt es jedoch einem Fachgenossen, eine andere Deutung bereits vorliegender Versuchsergebnisse oder eine andere Aufklärung zu geben, welche keine Modifikation der derzeit üblichen Anschauung über das Wesen und die Ladung des Elektrons sowie über die Struktur der Elektrizität erfordern würde.

bisher viermal hintereinander verfolgen. Über die Resultate, welche vorliegende Schlüsse erhärten, werde ich an dieser Stelle berichten.

Wien I, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 23. Mai 1910.)

Über die Ladungen im Phosphornebel.

Von Karl Przibram.

Die von F. Ehrenhaft[1]) zur Messung der von einem Metall-Lichtbogen ausgesandten Teilchen ausgearbeitete Methode (mikroskopische Beobachtung der Geschwindigkeit eines und desselben Teilchens im Gravitationsfeld und im elektrischen Feld) läßt sich mit Erfolg auf andere geladene Teilchen in Gasen anwenden. Das Ultramikroskop kann, wo es sich um Teilchen mit Radien über 10^{-5} cm handelt, durch ein gewöhnliches Mikroskop von schwacher Vergrößerung ersetzt werden, dessen Achse schräg gegen die Einfallsrichtung des Strahles einer Bogenlampe gestellt wird.

An anderer Stelle[2]) berichtet Verf. über Messungen, die er so an dem Nebel, der sich in frisch bereitetem elektrolytischem Sauerstoff bildet, angestellt hat. Es zeigt sich, daß die Ladungen der einzelnen Teilchen sehr verschiedene Werte haben, daß diese Werte aber Häufungsstellen aufweisen, die in ziemlich regelmäßigen Abständen aufeinander folgen. Es konnten 17 Gruppen beobachtet werden. Der Abstand ergibt sich, die Dichte der Tröpfchen gleich 1 und die innere Reibung des Sauerstoffs gleich $2{,}12 \cdot 10^{-4}$ gesetzt, zu $3{,}6 \cdot 10^{-10}$ e. s. E.

Die folgenden Resultate wurden mit dem Nebel erhalten, der bei der Einwirkung von feuchter Luft auf Phosphor entsteht. Das Beobachtungsgefäß ist ein prismatischer Trog von 2 cm Länge, 1 cm Höhe und 1 cm Tiefe, dessen obere und untere Wand aus Metallplatten, dessen vordere und hintere Wand aus Glasplatten und dessen beide Seitenwände aus Ebonitklötzchen mit Gaszuführungsröhren gebildet sind. Die beiden Metallplatten können kurz geschlossen oder auf eine Potentialdifferenz von 180 bis 210 Volt gebracht werden. Das Mikroskopokular enthält eine Anzahl horizontaler Teilstriche. Der vertikale Abstand zweier Teilstriche entspricht einer Fallstrecke von 0,0208 cm. Es wird stets für diese Strecke die Fallzeit eines Teilchens bei kurz geschlossenem Kondensator gemessen, hierauf die Zeit, in der dasselbe Teilchen durch dieselbe Strecke gehoben wird. Nur bei den kleinsten Ladungen war das Feld zur Hebung der Teilchen nicht ausreichend; die Bewegung erfolgt dann in beiden Fällen nach abwärts. Die Ladung des Teilchens wird nach der Formel berechnet:

$$e = \frac{18\pi\mu^{3/2}}{\sqrt{2sg}} v_2^{1/2} \frac{(v_2 + v_1)}{\mathfrak{E}},$$

1) Wiener akad. Anzeiger, 21. April 1910.
2) Wiener akad. Anzeiger, 28. April 1910.

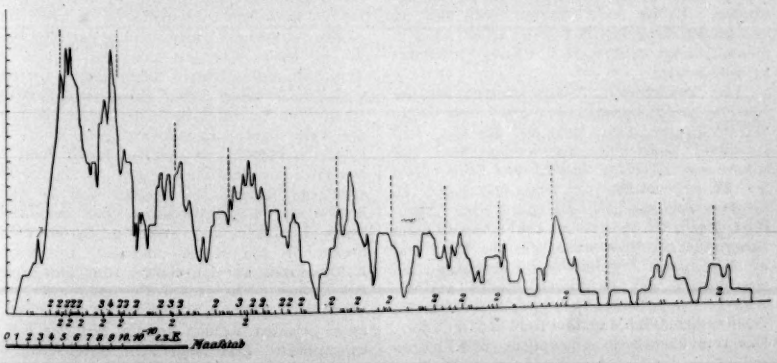
Hier bedeutet s die Dichte des Teilchens, μ den Koeffizienten der inneren Reibung, v_2 die Fallgeschwindigkeit, v_1 die Geschwindigkeit im elektrischen Felde $\mathfrak{E}$.

Die beobachteten Fallzeiten schwanken zwischen 1,5 sec und 29,8 sec. $s = 1{,}6$ und $\mu = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$ gesetzt, gibt dies Radien von $8{,}5 \cdot 10^{-5}$ bis $1{,}9 \cdot 10^{-5}$ cm. Die Ladungen variieren von $1{,}8 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. bis $110 \cdot 10^{-10}$ e. s. E.

In der untenstehenden Figur sind die beobachteten 180 Ladungswerte als Abszissen eingetragen. Wie man sieht, sind die Werte verschieden dicht verteilt. Um dies deutlicher zu veranschaulichen, ist eine Verteilungskurve derart konstruiert, daß die Anzahl der im Intervall von $2 \cdot 10^{-10}$ gelegenen Ladungswerte als Ordinaten aufgetragen sind. Die Maxima der Häufigkeit folgen in ziemlich regelmäßigen Abständen (nur das 4. und 5. sind nicht deutlich getrennt und das 11. fehlt) und lassen sich bis zum 13. verfolgen. Ihr mittlerer Abstand ergibt sich zu $4{,}7 \cdot 10^{-10}$ e. s. E., dessen Vielfache durch die punktierten Vertikalen bezeichnet sind. Eine Änderung dieses Wertes um wenige Prozent macht sich bei den höheren Vielfachen schon störend bemerkbar. Die Genauigkeit der Bestimmung dieses Abstandes übertrifft beträchtlich die Genauigkeit der Einzelmessungen, die nach Kontrollmessungen der Fallgeschwindigkeit eines und desselben Teilchens im kurz geschlossenen Kondensator an zwei verschiedenen Stellen seiner Bahn im Mittel auf 20 Proz. veranschlagt werden kann. Die Messungen an den größeren, rasch fallenden Teilchen, die im allgemeinen die höheren Ladungen tragen, sind beträchtlich genauer.

Läßt sich der mittlere Abstand der Maxima nun auch sehr scharf bestimmen, so ist dem Werte $4{,}7 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. trotz der Übereinstimmung mit bisherigen Annahmen, nicht zuviel Gewicht beizulegen, da es fraglich ist, ob man das spezifische Gewicht der Teilchen gleich 1 setzen, d. h. sie als reines Wasser betrachten darf. Das andere Extrem, das allerdings in Anbetracht der starken Hygroskopie sicher nicht zutrifft, wäre die Annahme, die Teilchen beständen aus reiner phosphoriger Säure, spezifisches Gewicht 1,6. Dies gäbe den Abstand $3{,}7 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. Wie schon bemerkt, gaben analoge Messungen im elektrolytischen Sauerstoff den Abstand $3{,}6 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. Im Hinblick auf die von Ehrenhaft gefundene Existenz von Ladungen kleiner als $3 \cdot 10^{-10}$ mag noch bemerkt werden, daß die Ladungswerte in der Figur auch innerhalb der einzelnen Hauptgruppen (siehe namentlich die 1., 2. und 3.) Häufungen von kleinem Abstand aufzuweisen scheinen und daß einzelne Werte auch bei $2 \cdot 10^{-10}$ liegen. Inwieweit diesen Tatsachen mit Rücksicht auf die Genauigkeit dieser Versuche, die sich von denen Ehrenhafts durch die weit größeren Radien der Teilchen und durch den in Anbetracht möglicher Strömungen ungünstigeren größeren Luftraum des Beobachtungsgefäßes unterscheiden, Gewicht beizulegen ist, bedarf noch einer eingehenden Prüfung.

Die Untersuchung wird auf Teilchen anderer Provenienz ausgedehnt werden. Messungen an Salmiaknebel, der durch Becquerelstrahlen geladen worden war, wurden aufgegeben, da sich bisweilen im ungeladenen Salmiaknebel unter noch nicht näher definierbaren Bedingungen eine vermutlich auf die von der Kugelform stark abweichende Gestalt der kristallinischen Teilchen zurückzuführende Störung auffallend bemerkbar machte. Die ungeladenen Teilchen fielen im elektrischen Feld viel rascher, als bei



kurz geschlossenem Kondensator, unabhängig vom Sinne des Feldes, ein Verhalten, das sich ungezwungen aus einer Orientierung der Hauptdimension der Teilchen in die Feldrichtung erklärt.

Zusatz bei der Korrektur (19. Juni, 1910): Neuere Versuche mit Phosphornebel, über die an anderer Stelle ausführlich berichtet werden soll, und die sich derzeit bereits über 600 Einzelbeobachtungen erstrecken, haben ergeben, daß der Abstand zwischen den aufeinanderfolgenden Häufungsstellen zwar innerhalb jeder einzelnen Beobachtungsreihe nahezu konstant, für die verschiedenen Beobachtungsreihen aber noch unaufgeklärten Schwankungen in den Grenzen von 3 bis $6 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. (Mittelwert etwa $4{,}4 \cdot 10^{-10}$) unterworfen ist. Bei sorgfältiger Einstellung des Apparates konnte ferner die Ladung eines und desselben Teilchens zweimal nacheinander gemessen werden. Diese Doppelmessungen an denselben Teilchen lehren, daß in Übereinstimmung mit den Schlüssen Ehrenhafts, die Beobachtungsfehler keine ausreichende Erklärung für die zwischen die Häufungsstellen fallenden Werte bieten.

Wien, am 14. Mai 1910.

(Eingegangen 24. Mai 1910.)

Absorption und Fluoreszenz des Rubidiumdampfes.

Von Taylor S. Carter.

Während die optischen Eigenschaften des Dampfes von metallischem Natrium aufs eingehendste untersucht worden sind und auch über Kaliumdampf schon viele derartige Arbeiten vorliegen, ist den selteneren Elementen dieser Gruppe noch wenig Aufmerksamkeit geschenkt worden. Es ist nicht überraschend, daß ein anderes Alkali, nämlich Rubidium, ähnliche Eigenschaften zeigt und optisch ebenso interessant zu sein scheint.

Die kannelierten Absorptionsspektren der Natrium- und Kaliumdämpfe wurden von Roscoe und Schuster (Proc. Roy. Soc. **22**, 362) zum erstenmal beobachtet und aufgezeichnet und später von Liveing und Dewar (Proc. Roy. Soc. **27**, 132 und **28**, 352) weiter untersucht. In jüngerer Zeit haben Wood und Moore (Astro-Phys. Journ. **18**, 1903) über die Fluoreszenz und Absorption des Natriumdampfes gearbeitet und in allerjüngster Zeit hat Wood sorgfältige Beobachtungen des sichtbaren sowohl wie des ultravioletten Teiles des Spektrums dieses Dampfes veröffentlicht (Phil. Mag. Mai 1908 und Okt. 1909). Das rote kannelierte Absorptions- und Fluoreszenzspektrum von Kaliumdampf wurde von Wood und Carter photographiert (Phys. Rev. Aug. 1908). Bevan hat die Hauptserien für Kalium bis in das ultraviolette Absorptionsspektrum ausgedehnt. Liveing und Dewar haben bei ihrer Untersuchung über Umkehrung der Linien von Metalldämpfen auch die Umkehrung der 2 violetten Linien 4202 und 4215 des Rubidiumdampfes beobachtet, ebenso die Umkehrung der stärker brechbaren von den zwei roten Linien 7811 und 7950, aber das Absorptionsband dieses Dampfes im äußersten Rot haben sie nicht gefunden.

Die Bemerkung, daß Rubidiumdampf ein starkes rotes Fluoreszenzlicht ausstrahlt, wenn ein Strahl weißen Lichtes im Vakuum darauf fällt, veranlaßte mich, das Absorptionsspektrum zu untersuchen. Obwohl die Arbeit gerade erst begonnen hat, scheint es mir zweckmäßig, das bisher Gefundene zu veröffentlichen.

Da ich nur wenig Metall zur Verfügung hatte, mußte ich den Dampf in Glaskolben untersuchen; eine unzulängliche Methode, da sich das Glas bei der Temperatur, die nötig ist, um einen genügend dichten Dampf zu erhalten, dunkel färbt und jede längere Expositionsdauer verhindert. Es zeigte sich, daß die Fluoreszenz, die zu Beginn einer Exposition sehr hell war und mit einem kleinen Gitterspektroskop beobachtet werden konnte, nach halbstündigem Erhitzen des Rohres gänzlich verdeckt war. Das kannelierte Spektrum des Dampfes, das sich von Wellenlänge 6700 bis 7100 erstreckt, wurde photographiert und die Wellenlängen der stärksten Banden angenähert bestimmt.

Methode und Apparat.

Eine kleine Menge von metallischem Rubidium wurde in einen Hartglaskolben von 100 ccm Inhalt gebracht, der hierauf bis auf 1 mm oder weniger evakuiert und verschlossen wurde. Diese Kolben waren zur Untersuchung der Absorption des Dampfes recht gut geeignet, da sie hohe Temperaturen aushielten, ohne weich zu werden, und man in ihnen daher einen ziemlich dichten Dampf erzeugen konnte. Als Lichtquelle diente der Kohlebogen. Er gab ein gutes kontinuierliches Spektrum weit ins Rot hinein und war bequem, da der Eisenbogen als Vergleichsspektrum diente. Der Kolben war in einem heißen Luftbad aufgehängt, das aus einem Stück Eisenrohr von etwas größerem Durchmesser als der Kolben bestand, mit kleinen Rohransätzen an den Seiten zum Durchlassen des Lichtes. Ein großer Bunsenbrenner stand unter dem Rohr, mit dem die Temperatur so hoch gehalten werden konnte, wie der Kolben es aushielt. Das Bogenlicht durchsetzte den

Dampf und wurde auf den Spalt eines Spektrographen projiziert. Das benutzte kleine Instrument hatte ein Rowlandsches ebenes Gitter von $1:1^1/_2$ Zoll Fläche und 14400 Linien pro Zoll. Das ergab ein Spektrum von ungefähr 5 Zoll Länge. Ein Plattenhalter war an dem ausziehbaren Rohr befestigt und das Licht des zu untersuchenden Bereiches fiel auf die Platte. Es wurden Wratten und Wainwright panchromatische Platten benutzt.

Absorptionsspektrum.

Wenn der Kolben erhitzt wird, zeigt sich im äußersten Rot die Absorption. Es erscheinen dort dunkle Linien in ungefähr gleichen Abständen. Wenn der Dampf dichter wird, werden die Linien dunkler und auch breiter nach der weniger brechbaren Seite zu, der Rand mit kürzerer Wellenlänge bleibt bei den Banden scharf; nur im äußersten roten Ende ist es anders: da sind die Banden an beiden Seiten verwaschen und die Abstände zwischen ihnen sind größer. Bei noch größerer Dichte verbreitern sich die Banden nach der roten Seite zu bis zum Anfang der nächsten Bande, verlieren aber an Intensität. Das Spektrum sieht nun wie kanneliert aus und hat große Ähnlichkeit mit dem entsprechenden Spektrum des Kaliums. Sieben besonders starke Banden zeigen sich gegen Violett in anscheinend gleichen Abständen. Bei der höchstmöglichen Temperatur endlich erscheint der ganze rote Bereich bis ungefähr 6700 ausgelöscht. Das violette Linienpaar 4202, 4215 ist sehr dunkel und breit; aber im Bereiche der Linien 7811 und 7950 kann man eine Absorption nicht wahrnehmen, da das Bogenspektrum so weit außen nicht hell genug ist. Es wäre wünschenswert, die Absorption dieses Dampfes auch im Ultraviolett zu untersuchen, in Hinsicht auf die Ausdehnung der Hauptserien auf das Ultraviolett des Absorptionsspektrums, wie dies beim Natrium von Wood (Phil. Mag., Okt. 1909), nnd beim Kalium von Bevan (Phil. Mag., Jan. 1910) getan worden ist. Der Anfang der Banden ist durch Ausmessung der Platten bestimmt worden, doch da sie unter dem Mikroskope der Teilmaschine sehr breit und unscharf aussahen, kann auf große Genauigkeit kein Anspruch gemacht werden. Die Zahlen sind wahrscheinlich auf 2 Einheiten genau. Es sind die folgenden Wellenlängen:

λ		
6709	6799	6906
6731	6826	6942
6755	6849	6979
6778	6878	7013
		7050

Bei den ersten 7 Banden beträgt der Zwischenraum 21 bis 25 Einheiten, während er bei den letzten vier Banden ungefähr 35 Einheiten ist.

Bei größerer Dispersion würden diese Banden zweifellos in feine Linien aufgelöst werden.

Fluoreszenzspektrum.

Das Spektrum des Fluoreszenzlichtes wurde noch nicht photographiert, da wegen der Schwärzung der Glaskolben nicht genügend lange exponiert werden konnte; alles was darüber gesagt werden kann, ist, daß es diskontinuierlich ist und sich anscheinend über den Absorptionsbereich erstreckt.

Es ist natürlich von Wichtigkeit, dieses Spektrum in Zusammenhang mit dem Absorptionsspektrum, das die Ursache davon ist, bei größerer Dispersion zu photographieren und zu untersuchen. Diese Arbeit soll im kommenden Herbst fortgesetzt werden.

Eine Untersuchung über die magneto-optischen Eigenschaften des Dampfes würde sicher ergebnisreich sein, besonders da Wood fand, daß bei Kaliumdampf die Drehungsrichtung der Polarisationsebene für gewisse Absorptionslinien im Roten umgekehrt ist wie für die D-Linien.

Zusammenfassung.

1. Der Dampf von metallischem Rubidium strahlt ein starkes rotes Fluoreszenzlicht aus, wenn er von einem Strahl weißen Lichtes getroffen wird.

2. Das bandenförmige Absorptionsspektrum des Rubidiumdampfes, welches die Fluoreszenz veranlaßt, ist den entsprechenden Spektren des Kalium und Natrium sehr ähnlich und liegt in bezug auf das Linienpaar 7811, 7950 geradeso wie diese in bezug auf die ersten Linienpaare ihrer Hauptserien.

Physikalisches Laboratorium der Universität Cincinnati, 30. Mai 1910.

(Aus dem Englischen übersetzt von Hilde Barkhausen.)

(Eingegangen 19. Juni 1910.)

Gleichungen und Tabellen für gesättigte und überhitzte Stickstoffdämpfe [1]).

Von Rudolph Plank.

Einleitung.

Für die Theorie der Luftverflüssigungsmaschinen und der Gewinnung von Stickstoff und Sauerstoff aus flüssiger Luft durch fraktionierte Destillation ist es von Wichtigkeit, über zuverlässige Daten für die kalorischen und thermischen Größen beider Bestandteile zu ver-

1) Vgl. Z. f. d. ges. Kälte-Industrie 1910.

fügen. Die Bearbeitung des vorhandenen Versuchsmaterials und einige sich daran schließende theoretische Überlegungen führen zur Aufstellung von Dampftabellen für Stickstoff, die in sich ein geschlossenes Ganzes bilden, wenn sie auch zweifellos noch verbesserungsfähig sind, sobald die Experimentalforschung auf diesem Gebiete zu weiteren Ergebnissen gekommen sein wird. Das in Frage kommende Sättigungsgebiet erstreckt sich zwischen 65° und 90° abs., entsprechend den Drücken von 0,2—4,0 Atm.; in diesem Bereich ist die Spannungskurve sehr genau bekannt, und zwar benutzen wir zwischen 0,122 Atm. (Erstarrungsdruck von N_2) und 1,0 Atm. die von Fischer und Alt[1]) gegebenen Werte, zwischen 1,0 und 4,0 Atm. diejenigen von Baly[2]). Für das überhitzte Gebiet hat sich als sehr zutreffend eine vereinfachte Form derjenigen Zustandsgleichung erwiesen, die sich aus der Abkühlung beim Joule-Thomson-Effekt ableiten läßt; dieselbe gibt mit unübertrefflicher Genauigkeit die direkten Beobachtungen des spezifischen Volumens der Stickstoffdämpfe bei der Temperatur der flüssigen Luft von Bestelmeyer und Valentiner[3]) wieder, und steht auch in vollem Einklang mit den Sättigungsvolumina, die sich aus der Clapeyronschen Gleichung berechnen lassen, unter Zuhilfenahme der von Alt[4]) gemessenen Werte der Verdampfungswärme. Über das spezifische Volumen resp. das spezifische Gewicht des flüssigen Stickstoffs liegen sehr ausführliche Messungen von Baly und Donnan[5]) vor. Am unsichersten ist es noch mit der spezifischen Wärme der Flüssigkeit, über deren Abhängigkeit von der Temperatur noch nichts gesagt werden kann, so daß wir uns im nachfolgenden mit einem konstanten Mittelwert begnügen mußten. Dagegen ist die spezifische Wärme bei konstantem Druck c^0_p im vollkommenen Gaszustand nicht konstant gesetzt, sondern linear mit der Temperatur wachsend, wobei die Messungen von Holborn und Henning[6]) (zwischen 0° und 1400°) unter 0° extrapoliert wurden.

Die spezifische Wärme c_p. Zahlreiche Versuche mit Luft haben die Richtigkeit des Gesetzes von Joule und Thomson bis zu sehr tiefen Temperaturen bestätigt; wir wollen dieses Gesetz auch unseren Betrachtungen zugrunde legen. Da bei der Drosselung eines Gases sein Wärmeinhalt i konstant bleiben muß, so schreibt man das oben angeführte Gesetz am besten in der Form

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = \frac{a}{T^2}, \qquad (1^1))$$

wobei a eine konstante Zahl ist. Alsdann ergibt sich für die Abhängigkeit der spezifischen Wärme c_p vom Druck und der Temperatur die von M. Planck[2]) abgeleitete Differentialgleichung

$$\left(\frac{\partial c_p}{\partial P}\right)_T + \frac{a}{T^2}\left(\frac{\partial c_p}{\partial T}\right)_P - \frac{2ac_p}{T^3} = 0, \qquad (2)$$

deren allgemeines Integral die Form

$$c_p = T^2 f(T^3 - 3aP) \qquad (3)$$

hat. Die willkürliche Funktion f bestimmt sich dadurch, daß im Grenzfall, für $P = 0$, die spezifische Wärme den Wert c^0_p annimmt, der dem idealen Gaszustand entspricht. Man könnte c^0_p in erster Annäherung als konstant betrachten, doch ist es richtiger, wie auch die neuesten Versuche im Münchner Laboratorium für technische Physik gezeigt haben, die Veränderlichkeit von c^0_p mit der Temperatur zu berücksichtigen. Da wir es mit einem nicht sehr weit ausgedehnten Bereich zu tun haben, so genügt es, wenn wir setzen

$$c^0_p = a + bT. \qquad (4)$$

Aus Gleichung (3) erhalten wir alsdann

$$c^0_p = T^2 f(T^3) = a + bT$$

und daraus

$$f(T^3) = \frac{a + bT}{T^2} = \frac{a + b(T^3)^{1/3}}{(T^3)^{2/3}}.$$

Dadurch erhält aber Gleichung (3) die Form

$$c_p = T^2\left[\frac{a + b(T^3 - 3aP)^{1/3}}{(T^3 - 3aP)^{2/3}}\right] = \frac{a}{\left(1 - \frac{3aP}{T^3}\right)^{2/3}} + \frac{bT}{\left(1 - \frac{3aP}{T^3}\right)^{1/3}}. \qquad (3a)$$

Für nicht zu hohe Drücke, in genügender Entfernung vom kritischen Punkt wird $\frac{3aP}{T^3}$ klein gegen 1, so daß man mit hinreichender Annäherung setzen kann:

$$\left(1 - \frac{3aP}{T^3}\right)^{-2/3} = 1 + \frac{2aP}{T^3};$$

$$\left(1 - \frac{3aP}{T^3}\right)^{-1/3} = 1 + \frac{aP}{T^3}.$$

Damit geht aber Gleichung (3a) über in

$$c_p = a + bT + \frac{2a^2P}{T^3} + \frac{ba^2P}{T^2}.$$

Vernachlässigt man noch das außerordentlich

1) Fischer und Alt, Sitzungsber. der bayer. Akad. Bd. XXXII, Heft II, 1902.
2) Baly, Phil. Mag. **49**, 1900; s. auch Tabellen von Landolt u. Börnstein, 3. Aufl.
3) Ann. d. Phys. **15**, 1904.
4) Siehe Alt, diese Zeitschr. **6**, 346, 1905 und Abh. d. bayer. Akad. 1905.
5) Journ. of the Chem. Soc. **81**, 1902.
6) Ann. d. Phys. **23**, 1907.

1) P bedeutet immer den Druck in kgr pro m², p in kgr pro cm² (Atm.).
2) M. Planck, Vorlesungen über Thermodynamik. 2. Aufl., S. 123.

kleine letzte Glied in dieser Gleichung, so erhält man die einfache Beziehung

$$c_p = a + bT + \frac{2a\alpha P}{T^3} = c^0_p + \frac{2a\alpha P}{T^3}. \quad (3b^1))$$

Wollte man für c_p einen Ausdruck finden, der ein größeres Temperaturintervall umfaßt, so genügt es nicht mehr, c^0_p als lineare Funktion von T aufzufassen, worauf schon Knoblauch und Jakob[2]) hingewiesen haben. Denn die in verschiedenen Temperaturgrenzen ausgeführten Versuche lassen sich unter Annahme einer linearen Beziehung nicht in Einklang bringen. So fanden z. B. Holborn und Henning[3]) für Stickstoff zwischen 0 und 1000°

$$c^0_p = 0{,}2350 + 0{,}000038\, t,$$

während die Explosionsversuche von Langen[4]) für Temperaturen über 1300° ergaben

$$c^0_p = 0{,}242 + 0{,}000042\, t.$$

Es wächst also c^0_p bei höheren Temperaturen rascher; setzt man nun allgemeiner

$$c^0_p = a + bT + dT^2,$$

so erhält man aus Gleichung (3)

$$c_p = a + bT + dT^2 + \frac{2a\alpha P}{T^3} = c^0_p + \frac{2a\alpha P}{T^3}, \quad (3c)$$

also dasselbe wie in Gleichung (3b).

Die durch Gleichung (3b) wiedergegebene Gesetzmäßigkeit der Änderung von c_p mit dem Druck und der Temperatur steht in vollem Einklang mit den neuesten Beobachtungen[4]): in der Nähe des Sättigungsgebietes, also für relativ niedrige Temperaturen, ist wegen der Kleinheit des Koeffizienten b das letzte Glied in (3b) maßgebend, und die spezifische Wärme nimmt mit dem Druck zu und mit der Temperatur ab. Steigt nun die Temperatur höher, so daß wir uns immer weiter von der Sättigung entfernen, so verschwindet das letzte Glied immer mehr und wir erhalten nach Passieren eines Minimums ein lineares Anwachsen von c_p mit der Temperatur und eine asymptotische Annäherung an die Werte von c^0_p. Diese Annäherung wird noch dadurch beschleunigt, daß bei hohen Temperaturen α nicht mehr konstant ist, sondern abnehmen muß, um bei der Inversionstemperatur ganz zu verschwinden. Das oben erwähnte Minimum von c_p tritt bei Temperaturen auf, die um so höher liegen, je höher der Druck ist. Die Verbindungslinie aller Minimumpunkte ist in unserem Fall eine geneigte Gerade im c_p T-Diagramm (Fig. 1), was durch partielle Differentiation von Gleichung (3b) leicht zu beweisen ist; wir erhalten:

$$\left(\frac{\partial c_p}{\partial T}\right)_P = b - \frac{6a\alpha P}{T^4} = 0 \text{ oder } P = \frac{bT^4}{6a\alpha}.$$

Setzen wir diesen Wert wieder in Gleichung (3b) ein, so wird

$$c_{p\,\min} = a + {}^4\!/_3\, bT. \quad (5)$$

Das ist die gerade Verbindungslinie der Minimumpunkte, sie verläuft etwas steiler als die Gerade für c^0_p und schneidet dieselbe im Punkte $T = 0$.

Die Zahlenwerte für die Koeffizienten a, b und α erhalten wir auf folgendem Wege: für c^0_p benutzen wir die Gleichung von Holborn und Henning, indem wir die Gültigkeit derselben auch unterhalb 0° C voraussetzen. Nach Einführung der absoluten Temperatur erhält sie die Form

$$c^0_p = 0{,}2246 + 0{,}000038\, T,$$

so daß

$$a = 0{,}2246 \text{ und } b = 0{,}000038$$

ist. In der Nähe des kritischen Punktes gilt die Gleichung (3b) nicht mehr und wir müssen dann auf die genaue Gleichung (3a) zurückgreifen. Soll dieselbe bis zum kritischen Punkt gültig sein, so muß für $P = P_k$ und $T = T_k$ die spezifische Wärme $c_p = \infty$ werden, woraus sich die Bedingung ergibt

$$1 - 3\alpha \frac{P_k}{T_k^3} = 0; \quad \alpha = {}^1\!/_3 \frac{T_k^3}{P_k}. \quad (6)$$

Man kann also α aus den kritischen Daten berechnen. Prüft man Gleichung (6) für Luft, so findet man völlige Übereinstimmung[1]), denn nach Thomson und Joule ist hierfür $\alpha = 0{,}276\,(273)^2 = 20550$, wenn der Druck in physikalischen Atmosphären ausgedrückt ist. Olszewsky fand $P_k = 39$ Atm., so daß wir aus Gleichung (6) finden $T_k = 134^0$ ($t_k = -139^0$), während Olszewsky selbst den Wert $t_k = -140^0$ angibt. Für N_2 gab Olszewsky[2]) die Werte $P_k = 35$ Atm., $t_k = -146{,}0^0$ ($T_k = 127^0$), wodurch $\alpha = 19510 = 0{,}262\,(273)^2$ wird. Bezieht man den Wert von α auf den Druck P in kgr/m², so findet man

$$\alpha = 2{,}015.$$

Mit diesen Zahlenwerten erhalten wir für die spezifische Wärme des Stickstoffs die Gleichung

$$c_p = 0{,}2246 + 0{,}000038\, T + 0{,}905\, \frac{P}{T^3}. \quad (7)$$

In Fig. 1 sind die Isobaren der spezifischen Wärme für 0, 0,2, 0,5, 1, 2, 3 und 4 Atm.

1) Mit gleicher Annäherung könnte man schreiben $c_p = c^0_p \left(1 + \frac{2\alpha P}{T^3}\right)$, und erhält somit denselben Ausdruck wie bei konstantem c^0_p (vgl. Lorenz, Techn. Wärmelehre).

2) Mitteilungen über Forschungsarbeiten, Heft 35/36, 1906.

3) Ann. d. Phys. **28**, 1907.

4) Mitt. üb. Forschungsarb., Heft 8, 1903.

1) Vgl. H. Lorenz, Technische Wärmelehre.

2) Tabellen von Landolt und Börnstein.

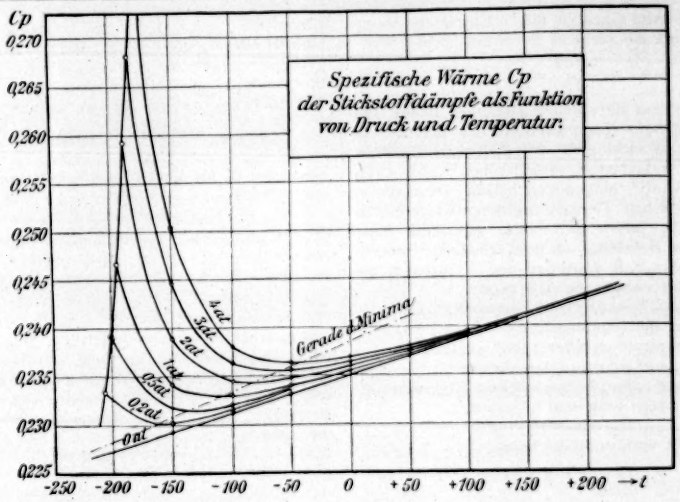


Fig. 1.

eingetragen, die Zahlenwerte findet man in nachstehender Tabelle. Der theoretische Wert von c^0_p für ein ideales Gas ist

$$c^0_p = \frac{7}{\mu} = \frac{7}{28} = 0{,}250,$$

wenn μ das Molekulargewicht bedeutet.

Die Zustandsgleichung. Aus der Gleichung (3b) für c_p kann man sofort die Zustandsgleichung ableiten mit Hilfe der bekannten thermodynamischen Beziehung

$$\left(\frac{\partial c_p}{\partial P}\right)_T = -AT\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}. \qquad (8)$$

Es ergibt sich dann:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial T^2} = -\frac{2a\alpha}{AT^4}$$

und nach einmaliger Integration

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = -\int\frac{2a\alpha}{AT^4}dT = \frac{2a\alpha}{3AT^3} + f(P).$$

Die Funktion $f(P)$ ergibt sich aus der Überlegung, daß für ideale Gase $\alpha = 0$ und $Pv = RT$ ist, also $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{R}{P}$ werden muß; es folgt daraus $f(P) = \frac{R}{P}$ und

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{R}{P} + \frac{2a\alpha}{3AT^3}.$$

Die zweite Integration gibt

$$v = \frac{R}{P}T - \frac{2a\alpha}{3A\cdot 2T^2} + \varphi(P).$$

Man sieht sofort, daß $\varphi(P) = 0$ ist, denn für $\alpha = 0$ muß $v = \frac{R}{P}T$ sein. Die gesuchte Zustandsgleichung lautet also

$$v = \frac{R}{P}T - \frac{a\alpha}{3AT^2}, \qquad (9)$$

oder mit $R = 30{,}2$, $a = 0{,}2246$, $\alpha = 2{,}015$,

Tabelle 1 für c_p.

P Atm. $\downarrow$ $\rightarrow t^0$	Sättigungs-temperatur	-150^0	-100^0	-50^0	0^0	$+50^0$	$+100^0$	$+200^0$
0	—	0,2293	0,2312	0,2331	0,2350	0,2369	0,2388	0,2427
0,2	0,2334	0,2303	0,2316	0,2333	0,2351	0,2370	0,2388	0,2427
0,5	0,2395	0,2317	0,2321	0,2335	0,2352	0,2370	0,2389	0,2427
1,0	0,2473	0,2342	0,2329	0,2339	0,2354	0,2372	0,2390	0,2428
2,0	0,2591	0,2390	0,2347	0,2347	0,2359	0,2374	0,2391	0,2429
3,0	0,2681	0,2439	0,2364	0,2355	0,2363	0,2377	0,2393	0,2430
4,0	0,2759	0,2488	0,2382	0,2364	0,2368	0,2380	0,2395	0,2430

$$A = \frac{1}{427}$$

$$v = \frac{30{,}2\ T}{P} - \frac{64{,}4}{T^2}. \qquad (9a)$$

Natürlich gilt diese Gleichung nur unter denselben Voraussetzungen wie Gleichung (3b), also für nicht zu hohe Drücke, und in genügender Entfernung vom kritischen Punkt. Man könnte noch versuchen mit Hilfe der genaueren Gleichung (3a) für c_p eine Zustandsgleichung abzuleiten, die einen größeren Gültigkeitsbereich aufweist. Wir gehen zu diesem Zwecke von der Beziehung aus

$$A T^2 \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{v}{T}\right)_p = c_p \frac{a}{T^2},$$

deren Integral lautet

$$\frac{v}{T} = f_1(P) + \frac{a}{A}\int \frac{c_p}{T^4}\, dT.$$

An Stelle von Gleichung (3a) kann man stets setzen

$$c_p = \frac{a}{\left(1 - \frac{3aP}{T^3}\right)^{1/3}} + bT\left(1 + \frac{aP}{T^3}\right).$$

Führt man diesen Ausdruck in die obere Gleichung ein, so folgt

$$\frac{v}{T} = f_1(P) + \frac{a}{3AP}\left(1 - \frac{3aP}{T^3}\right)^{1/3} - \frac{ba}{2AT^2} - \frac{ba^2P}{5AT^5}.$$

Die beiden letzten Glieder dieser Gleichung können als außerordentlich klein stets vernachlässigt werden; die Bedeutung von $f_1(P)$ ergibt sich daraus, daß für $a = 0$ $\frac{v}{T} = \frac{R}{P}$ werden muß. Es ist also

$$f_1(P) = \frac{R}{P} - \frac{a}{3AP}$$

und

$$v = \frac{R}{P}T + \frac{aT}{3AP}\left\{\left(1 - \frac{3aP}{T^3}\right)^{1/3} - 1\right\}. \qquad (10)$$

Diese Gleichung ist theoretisch etwas genauer als Gleichung (9) und geht in letztere über, wenn man setzt

$$\left(1 - \frac{3aP}{T^3}\right)^{1/3} = 1 - \frac{aP}{T^3}.$$

Wir werden jedoch im folgenden ausschließlich von der einfacheren Gleichung (9) Gebrauch machen, die, wie wir sehen, in dem uns interessierenden Bereich die direkten Messungen mit großer Genauigkeit wiedergibt. Dies erscheint um so gerechtfertigter, als Gleichung (10) im kritischen Punkte auch versagt und hierfür einen negativen, also unmöglichen Wert gibt. Interessant ist jedoch die Tatsache, daß der Koeffizient b auch in der genaueren Zustandsgleichung nicht vorkommt und mithin die Veränderlichkeit von c^0_p so gut wie ohne Einfluß auf die Zustandsgleichung ist. Formell könnte man diese Veränderlichkeit dadurch berücksichtigen, daß man an Stelle von a in Gleichung (10) den Wert c^0_p setzt und man erhält sodann die von M. Planck zuerst abgeleitete Formel[1])

$$v = \frac{RT}{P} + \frac{c^0_p T}{3AP}\left\{\left(1 - \frac{3aP}{T^3}\right)^{1/3} - 1\right\}.$$

Wir wollen nun Gleichung (9a) mit den Ergebnissen direkter Messungen vergleichen. Es liegt hierfür eine Versuchsreihe von Bestelmeyer und Valentiner[2]) vor, die das spezifische Volumen v bei der Temperatur der flüssigen Luft, also zwischen 81° und 85° abs. wiedergibt. In Tabelle 2 sind neben den direkt gemessenen Werten von v die nach Gleichung (9a) berechneten angeordnet, wobei sich eine nahezu vollkommene Übereinstimmung ergibt. In den

Tabelle 2.

T	p_1 cm Hg	p Atm.	$p_1 \frac{v}{v_0}$	v Vers.	v Gl. 9a.
80,97	45,78	0,622	21,976	0,3829	0,3830
81,01	56,03	0,762	21,857	0,3110	0,3112
81,32	24,83	0,338	22,288	0,716	0,717
81,58	81,47	1,108	21,720	0,2126	0,2126
81,69	107,09	1,456	21,469	0,1598	0,1598
84,56	108,61	1,477	22,316	0,1638	0,1639
84,70	94,98	1,292	22,527	0,1892	0,1890
84,98	82,20	1,118	22,751	0,2207	0,2205
85,14	95,34	1,296	22,644	0,1895	0,1895
85,21	108,69	1,478	22,521	0,1653	0,1652
85,39	132,38	1,800	22,342	0,1346	0,1345
90,5[3])		1,033		0,2568	0,2560

Tabellen von Bestelmeyer und Valentiner ist nicht direkt die Größe v in cbm/kgr angegeben, sondern der Wert $p_1 \frac{v}{v_0}$, wo p_1 den Druck in cm Hg und v_0 das Volumen des Stickstoffs bei 0° C und 76 cm Hg bedeuten. Letzteres findet sich aus der Gasgleichung zu $v_0 = \frac{30{,}2 \cdot 273}{10330} = 0{,}7975$. Es sei noch bemerkt, daß die erwähnten Forscher ihre Messungen durch die Zustandsgleichung

$$p_1 \frac{v}{v_0} = 0{,}27774\, T - (0{,}03202 - 0{,}000253\, T) p_1$$

1) H. Lorenz, Techn. Wärmelehre. S. 297.

2) Ann. d. Phys. 15, 1904.

3) Dewar, Chem. News 85, 73, 1902. In dieser Arbeit hat Dewar auch noch das spezifische Volumen von N_2 bei Zimmertemperatur und Drücken zwischen 176 und 742 mm Hg direkt gemessen. Auch in diesem Bereiche ist die Übereinstimmung mit unserer Zustandsgleichung befriedigend, wenn auch nicht so vollkommen, wie bei tiefen Temperaturen.

oder

$$v = 30{,}13\,\frac{T}{P} - 0{,}02552 + 0{,}0002017\,T$$

wiedergegeben haben, die jedoch nur in dem engen Versuchsbereich Gültigkeit hat; daß sie nicht in weiteren Grenzen benutzt werden darf, folgt schon daraus, daß für sie $\frac{\partial^2 v}{\partial T^2} = 0$ wird, also nach Gleichung (8) die spezifische Wärme c_p unabhängig vom Druck erscheint, was der Erfahrung widerspricht.

Ein weiteres Kriterium für die Richtigkeit unserer Zustandsgleichung (9) und ihre Anwendbarkeit selbst für trocken gesättigten Dampf liegt im folgenden: für Drücke unterhalb 1 Atm. liegen direkte Beobachtungen einerseits für die Spannungskurve, andererseits für die Verdampfungswärme r vor, so daß sich das spezifische Volumen v'' des trocken gesättigten Dampfes aus der Clausius-Clapeyronschen Gleichung

$$v'' = v' + \frac{r}{AT\frac{dP}{dT}} \qquad (11)$$

berechnen läßt. Das spezifische Volumen v' der Flüssigkeit haben Baly und Donnan[1]) gemessen und fanden die Beziehung

$$\frac{1}{v'} = 1{,}1774 - 0{,}00476\,T, \qquad (12)$$

wobei v' in dm^3/kgr ausgedrückt ist.

Die Verdampfungswärme r hat Alt[2]) sehr genau bestimmt und im Versuchsbereich (zwischen 63° und 77° abs.) eine lineare Abnahme mit der Temperatur gemäß der Gleichung $r = -5{,}85 - 0{,}2736\,t = 68{,}85 - 0{,}2736\,T$ (13) festgestellt. Die Spannungskurve selbst ist in den gleichen Temperaturgrenzen von Fischer und Alt[3]) festgelegt und der Differentialquotient $\frac{dp}{dT}$ wurde mit Hilfe des Wagenerschen Spiegelderivators[4]) auf graphischem Wege gefunden. Auch hier zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung, und die geringen Abweichungen Δv erklären sich hinreichend dadurch, daß bei der Bestimmung von $\frac{dp}{dT}$ Fehler bis zu 1 Proz. nicht ausgeschlossen sind. Weiter unten wird auf eine noch empfindlichere Prüfung der Zustandsgleichung hingewiesen werden. Aus der Zustandsgleichung und der spezifischen

1) Journ. of the Chem. Soc. **81**, 911, 1902. Die Werte sind in unseren Dampftabellen wiedergegeben.
2) Berl. Akad. d. Wiss. **22**, 529, 1905 und diese Zeitschr. 1905.
3) Berl. Akad. d. Wiss. 1902, S. 113.
4) Diese Zeitschr. 10, 57, 1909.

Tabelle 3.

T	p Atm.	$\frac{dp}{dT}$	r W.E.	v'' Gl. 11.	v'' Gl. 9a.	Δv in Proz.
77	0,990	0,1191	47,79	0,2237	0,2240	0,1
76	0,877	0,1085	48,06	0,2501	0,2507	0,2
75	0,771	0,0978	48,34	0,2825	0,2824	0,0
74	0,676	0,0885	48,61	0,3181	0,3187	0,2
73	0,592	0,0800	48,88	0,3585	0,3602	0,5
72	0,516	0,0719	49,15	0,4065	0,4090	0,6
71	0,446	0,0642	49,43	0,4643	0,4681	0,8
70	0,383	0,0568	49,70	0,5350	0,5389	0,7
69	0,329	0,0502	49,98	0,617	0,620	0,5
68	0,282	0,0444	50,25	0,712	0,714	0,3
67	0,240	0,0389	50,53	0,829	0,829	0,0

Wärme bei konstantem Druck, kann man nun auch die spezifische Wärme bei konstantem Volumen berechnen. Für reale Gase gilt ja die Gleichung

$$c_p - c_v = AT\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P, \qquad (14)$$

die für ideale Gase mit $Pv = RT$ in $c_p - c_v = AR$ übergeht. Aus Gleichung (9) folgt:

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{P} + \frac{2a\alpha}{3AT^3} \text{ und } \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v =$$

$$= \frac{\frac{R}{v} + \frac{2a\alpha P}{2AvT^3}}{1 + \frac{a\alpha}{3AvT^2}} = \left(\frac{R}{v} + \frac{2a\alpha P}{3AvT^3}\right)\left(1 - \frac{a\alpha}{3AvT^2}\right).$$

Damit erhält Gleichung (14) die Form

$$c_p - c_v = AT\left(\frac{R^2}{vP} + \frac{4Ra\alpha}{3AvT^3} + \frac{4a^2\alpha^2 P}{9A^2vT^6}\right)\left(1 - \frac{a\alpha}{3AvT^2}\right).$$

Streicht man nun den außerordentlich kleinen Betrag $\frac{4a^2\alpha^2 P}{9A^2vT^6}$, so erhält man

$$c_p - c_v = AR\left(\frac{RT}{vP} + \frac{4a\alpha}{3AvT^2}\right)\left(1 - \frac{a\alpha}{3AvT^2}\right)$$

und nach Einsetzen des Wertes $\frac{RT}{Pv} = 1 + \frac{a\alpha}{3AvT^2}$ mit gleicher Annäherung

$$c_p - c_v = AR\left(1 + \frac{4}{3}\frac{a\alpha}{AT^2v}\right).$$

Wendet man noch im Korrektionsglied in der Klammer das Gasgesetz an, so ergibt sich

$$c_p - c_v = AR + \frac{4}{3}\frac{a\alpha P}{T^3}. \qquad (15)$$

Aus Gleichung (15) und (3b) läßt sich nun c_v berechnen; man findet:

$$c_v = c^0{}_p - AR + \frac{2}{3}\frac{a\alpha P}{T^3} = c^0{}_v + \frac{2}{3}\frac{a\alpha P}{T^3},$$

weil $c^0{}_p - c^0{}_v = AR$ sein muß. Setzt man in die letzte Gleichung die früher ermittelten Zahlenwerte ein, so findet man

$$c^0_v = 0{,}1539 + 0{,}000038\,T$$

und

$$c_v = 0{,}1539 + 0{,}000038\,T + 0{,}292\,\frac{P}{T^3}. \quad (16)$$

Wie man sieht, ist die Änderung von c_v in der Nähe des Sättigungsgebietes viel geringer als die von c_p.

Die Spannungskurve. Für Drücke unterhalb 1 Atm. benutzen wir die Versuchsergebnisse von Fischer und Alt[1]), die bis zum Erstarrungsdruck des Stickstoffs reichen; derselbe ist bei 90 mm Hg (0,122 Atm.) festgestellt, entsprechend einer Sättigungstemperatur von 62,5° abs. Die Sättigungstemperaturen für das letzte Intervall zwischen 120 und 90 mm Hg wurden von Fischer und Alt[2]) in einer weiteren Arbeit etwas korrigiert, was ebenfalls in unseren Tabellen berücksichtigt ist. Für Drücke zwischen 1 Atm. und 4 Atm. benutzen wir dann die Werte von Baly[3]), die sich jedoch denen von Fischer und Alt nicht ganz vollkommen anschließen. Um an der Übergangsstelle beide Kurvenäste in Einklang zu bringen, muß man bei 77° abs. den Sättigungsdruck von Baly etwas erhöhen, denjenigen von Fischer und Alt hingegen etwas niedriger annehmen. Um einen glatten stetigen Übergang zu schaffen, gehen wir folgendermaßen vor: wir suchen eine Spannungsformel, die für den ganzen Versuchsbereich die Werte der Sättigungsdrücke möglichst genau wiedergibt und ersetzen an der Übergangsstelle (zwischen 76° und 79° abs.) die Versuchswerte durch diejenigen, welche sich aus der so ermittelten Spannungsformel ergeben. Bei 77° wird dann der berechnete Wert zwischen den beiden Versuchswerten liegen müssen. Bei der Aufsuchung einer geeigneten Spannungsformel erwies sich die bekannte Biotsche Formel

$$\log p = a + b\alpha^t + c\beta^t$$

als unzureichend; hingegen eignet sich in unserem Falle recht gut die von Dupré und Hertz vorgeschlagene auch unter dem Namen von Rankine bekannte Formel[4])

$$\ln p = k - m \ln T - \frac{n}{T}. \quad (17)$$

Diese Formel ist theoretisch begründet und setzt die Gültigkeit des Gasgesetzes bis zur Sättigung voraus und eine lineare Abnahme der Verdampfungswärme mit der Temperatur. Von den 3 Konstanten ist nur k eine willkürliche Integrationskonstante, während m und n eine bestimmte physikalische Bedeutung haben. Guldberg, Bertrand und Barus[5]) machten jedoch darauf aufmerksam, daß die Gleichung (17) auch dann gut benutzt werden kann, wenn die Voraussetzungen, unter denen sie abgeleitet ist, nicht streng zutreffen, nur muß man dann auf die physikalische Bedeutung der Konstanten m und n verzichten und alle 3 Konstanten so wählen, daß die Versuchsergebnisse möglichst genau wiedergegeben werden. Die Gleichung (17) erhält dadurch natürlich einen empirischen Charakter.

Nach Einführung des Briggschen Logarithmus an Stelle des natürlichen in Gleichung (17) geben wir den Konstanten folgende Werte:

$$k = 3{,}0, \quad m = -0{,}4, \quad n = 289{,}6.$$

Dann lautet die Spannungsformel

$$\log p = 3{,}0 + 0{,}4 \log T - \frac{289{,}6}{T}. \quad (17a)$$

In Tabelle 4 sind die so berechneten Werte von p zwischen 62,5° und 91° abs. neben den Versuchswerten angeordnet, wobei sich ein glatter Übergang von der einen Versuchsreihe zur anderen ergibt. Die fett gedruckten Zahlen legen wir den Dampftabellen zugrunde. Nur zwischen 65° und 71° ist die Übereinstimmung der beobachteten und berechneten Werte nicht genügend; im übrigen gibt Gleichung (17a) die Versuche recht befriedigend wieder und zeigt sogar im kritischen Punkt ($T = 127°$) keine nennenswerte Abweichung von dem von Ol-

Tabelle 4.

T	p in Atm. nach Fischer u. Alt	p in Atm. nach Gl. (17a)	p in Atm. nach Baly
62,5	**0,122**	0,122	
63	**0,132**	0,132	
64	**0,152**	0,157	
65	**0,174**	0,186	
66	**0,203**	0,218	
67	**0,240**	0,256	
68	**0,282**	0,296	
69	**0,329**	0,344	
70	**0,383**	0,397	
71	**0,446**	0,468	
72	**0,516**	0,525	
73	**0,592**	0,597	
74	**0,676**	0,681	
75	**0,771**	0,774	
76	**0,877**	0,875	
77	0,990	**0,984**	0,975
78		**1,108**	1,096
79		**1,240**	1,232
80		1,382	**1,378**
81		1,538	**1,538**
82		1,714	**1,711**
83		1,892	**1,885**
84		2,090	**2,100**
85		2,312	**2,329**
86		2,544	**2,557**
87		2,796	**2,805**
88		3,068	**3,068**
89		3,350	**3,352**
90		3,650	**3,652**
91		3,985	**3,964**

1) l. c.
2) Bayer. Akad. d. Wiss. 1902, S. 209.
3) Phil. Mag. **49**, 1900.
4) Vgl. Chwolson, Lehrbuch der Physik, Bd. III.
5) Chwolson, loc. cit.

szewsky[1]) direkt beobachteten Wert von 36,2 Atm. (35,0 physikalische Atm.). Gleichung (17a) ergibt hierfür 36,5 Atm.

Trotz der guten Übereinstimmung ist es nicht statthaft, mit Gleichung (17a) irgendwelche mathematische Operationen vorzunehmen und z. B. daraus den Differentialquotienten $\frac{dp}{dT}$ zu ermitteln. Dafür erhält man mit dem Wagenerschen Spiegelderivator viel zuverlässigere Werte. So findet man aus Gleichung (17a)

$$\frac{dp}{dT} = \frac{0{,}4\,p}{T} + \frac{667\,p}{T^2}$$

und z. B. für

$$T = 70^0\text{:}\quad \frac{dp}{dT} = 0{,}0543 \text{ gegen } 0{,}0568,$$

$$T = 75^0\text{:}\quad \frac{dp}{dT} = 0{,}0955 \text{ gegen } 0{,}0978.$$

Wärmeinhalt, Energie und Entropie.

Aus der allgemeinen Grundgleichung

$$T\,ds = di - A\,v\,dP, \qquad (18)$$

in welcher i— den Wärmeinhalt bedeutet und s— die Entropie, folgt

$$i = \int c^0_p\,dT - AT^2 \int \left(\frac{\partial\left(\frac{v}{T}\right)}{\partial T}\right)_p dP + \text{konst.} \qquad (19)$$

Aus Gleichung (9) erhalten wir

$$\left(\frac{\partial\left(\frac{v}{T}\right)}{\partial T}\right)_p = \frac{a\alpha}{AT^4},$$

womit Gleichung (19) mit Rücksicht auf Gleichung (4) übergeht in

$$i = \text{konst.} + aT + \frac{b}{2}T^2 - \frac{a\alpha}{T^2}\cdot P, \qquad (20)$$

oder in Zahlen

$$i = \text{konst.} + 0{,}2246\,T + 0{,}000019\,T^2 - 0{,}452\,\frac{P}{T^2}. \qquad (20a)$$

Die in dieser Gleichung enthaltene willkürliche Konstante muß nun den Versuchsergebnissen angepaßt werden und hängt auch noch davon ab, von welchem Nullpunkt aus wir die kalorischen Größen rechnen wollen. Für diesen Nullpunkt wählen wir den Erstarrungspunkt des Stickstoffs, der, wie wir schon sahen, bei 62,5° abs. liegt, und bezeichnen die Temperatur, die von diesem Punkte aus gemessen wird mit Θ, so daß $T = \Theta + 62{,}5$. Bezeichnen wir sodann mit c die spezifische Wärme des flüssigen Stickstoffs, so ist der Wärmeinhalt der Flüssigkeit an der Grenzkurve

$$i' = \int_0^{\Theta} c\,dT + A\,Pv'.$$

Dabei ist c zweifellos eine Funktion der Temperatur in dem Sinne, daß c mit T zunimmt. Leider liegt jedoch hierüber noch fast gar kein Versuchsmaterial vor, so daß man über die Veränderlichkeit der spezifischen Wärme der Flüssigkeit mit der Temperatur noch nichts aussagen kann. Es bleibt uns darum nichts anderes übrig, als dafür einen konstanten Mittelwert einzusetzen, der von Alt[1]) zwischen 65° und 77° abs. zu $c = 0{,}430$ bestimmt ist. In vollkommener Übereinstimmung damit ist ein von Dewar[2]) angegebener Mittelwert. Damit erhalten wir

$$i' = 0{,}430\,\Theta + A\,Pv'. \qquad (21)$$

Aus Gleichung (20a) und (21) kann man nun die Verdampfungswärme $r = i'' - i'$ für verschiedene Wertepaare von P und T nach der Sättigungskurve berechnen. Man erhält dafür

$$r = i'' - i' = \text{konst.} - 0{,}2054\,T + 0{,}000019\,T^2 - 0{,}452\,\frac{P}{T^2} - A\,Pv'.$$

Um nun zwischen 62,5° und 77° eine möglichst gute Übereinstimmung mit den Messungen von Alt [Gleichung (13)] zu erzielen, geben wir hier der willkürlichen Konstanten den Wert 64,33, so daß

$$r = 64{,}33 - 0{,}2054\,T + 0{,}000019\,T^2 - 0{,}452\,\frac{P}{T^2} - A\,Pv' \qquad (22)$$

wird (vgl. Tabelle 5). Damit erhalten wir für den Wärmeinhalt des Dampfes

$$i = 37{,}45 + 0{,}2246\,T + 0{,}000019\,T^2 - 0{,}452\,\frac{P}{T^2}. \qquad (20b)$$

Nun läßt sich auch sofort die Energie u ableiten aus der Beziehung

$$u = i - A\,Pv.$$

Aus der Zustandsgleichung (9) erhalten wir

$$A\,Pv = ART - \frac{a\alpha}{3}\,\frac{P}{T^2} = 0{,}0707\,T - 0{,}151\,\frac{P}{T^2},$$

womit für die Energie der Ausdruck folgt:

$$u = 37{,}45 + 0{,}1539\,T + 0{,}000019\,T^2 - 0{,}3\,\frac{P}{T^2}. \qquad (23)$$

Für die Flüssigkeit kann man setzen

$$u' = q = i' - A\,Pv' = 0{,}430\,\Theta.$$

Die Entropie der Flüssigkeit, die wir von demselben Nullpunkt aus rechnen wollen, folgt nun aus der Beziehung

1) Tabellen von Landolt und Börnstein, 3. Aufl.

1) Ann. d. Phys. **13**, 1027, 1904.
2) Proc. Royal Soc. **68**, 361, 1901.

$$s' = \int_{62,5}^{T} \frac{dq}{T} = 0{,}430 \int_{62,5}^{T} \frac{dT}{T} = 0{,}430 \ln \frac{T}{62,5} = 0{,}430 \ln T - 1{,}778, \quad (24)$$

oder nach Einführung des Briggschen Logarithmus

$$s' = 0{,}99 \log T - 1{,}778.$$

Für die Entropie des Dampfes folgt aus der Grundgleichung (18) der Ausdruck

$$s = \int \frac{c_p^0}{T} dT - A \int \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p dP + \text{const}, \quad (25)$$

wofür wir mit Rücksicht auf die Gleichungen (4) und (9) schreiben können

$$s = \text{const} + a \ln T + bT - AR \ln P - \frac{2}{3} a\alpha \frac{P}{T^3}.$$

Setzen wir hier für die willkürliche Konstante den Wert 0,3888 ein, so ergibt sich in Zahlen

$$s = 0{,}3888 + 0{,}2246 \ln T + 0{,}000038\, T - 0{,}0707 \ln P - 0{,}3 \frac{P}{T^3}. \quad (26)$$

Die hier angegebenen Ausdrücke für den Wärmeinhalt, die Energie und die Entropie des Dampfes sind dadurch entstanden, daß wir eine Reihe mathematischer Operationen mit unserer Zustandsgleichung (9a) vorgenommen haben. Um nun die Richtigkeit der erhaltenen Formeln zu prüfen, wollen wir die Beobachtungswerte von Alt einmal mit denjenigen vergleichen, die aus der Beziehung $r = i'' - i'$ folgen, ein anderes Mal mit den Werten $r = T(s'' - s')$. Es bietet dieser Vergleich, wie R. Mollier[1]) gezeigt hat, ein außerordentlich empfindliches Kriterium für die Richtigkeit der angenommenen Zustandsgleichung. In Tabelle V befinden sich

Tabelle V.

T	r nach Alt Gl. (13)	$r = i'' - i'$	$r = T(s'' - s')$	Δr
64	51,34	51,08	50,90	+ 0,18
67	50,53	50,41	50,42	— 0,01
70	49,70	49,68	49,68	+ 0,00
73	48,88	48,91	48,87	+ 0,04
76	48,06	48,12	48,04	+ 0,08
79	(47,24)	47,30	47,29	+ 0,01
82	(46,42)	46,43	46,43	+ 0,00
85	(45,60)	45,50	45,50	+ 0,00
88	(44,78)	44,54	44,55	— 0,01
91	(43,96)	43,55	43,61	— 0,06

in der zweiten Kolonne die Werte von Alt nach Gleichung (13), wobei dieselben zwischen 77° und 91° abs. extrapoliert worden. In der fünften Kolonne ist der Wert $\Delta r = i'' - i' - T(s'' - s')$ eingetragen, der durchweg sehr klein ausfällt, bis auf die Punkte in unmittelbarer Nähe des Erstarrungspunktes. Für denselben ($T = 62{,}5°$) ergibt sich eine Differenz $\Delta r = 0{,}47$, also schon eine Unstimmigkeit von nahezu 1 Proz. In diesem Punkte stimmen die berechneten Werte auch mit demjenigen von Alt ($r = 51{,}75$ W.-E.) nicht überein, während bei höheren Temperaturen bis 85° die Übereinstimmung recht gut ist. Bei weiterem Steigen der Temperatur ergibt die Altsche Gleichung zu hohe Werte[1]), und kann nicht mehr angewendet werden; vielmehr muß r schneller abnehmen als nach dem von Alt angegebenen linearen Gesetz, um bei der kritischen Temperatur den Wert Null zu erreichen, so daß die kleineren berechneten Werte gerechtfertigt erscheinen. Jedenfalls geht aus der Tabelle V hervor, daß die Zustandsgleichung (9a) sehr genau gilt und in vollkommener Übereinstimmung mit den vorhandenen Versuchen ist. Diese Gleichung ergab sich als eine angenäherte Folgerung aus dem Gesetz von Joule und Thomson Gleichung (1); da sie jedoch die experimentellen Daten sehr vollkommen wiedergibt, so kann man daraus den Schluß ziehen, daß umgekehrt das Gesetz von Joule und Thomson nicht in dem ganzen Bereich absolut genau gelten wird. Wir wollen uns noch näher ansehen, welche Abweichungen von dem genannten Gesetz sich aus unseren Gleichungen ergeben. Zu diesem Zwecke betrachten wir eine Drosselkurve, deren Gleichung lautet $di = 0$. Aus Gleichung (20) erhalten wir

$$di = a\,dT + bT\,dT - a\alpha\left(\frac{dP}{T^2} - \frac{2\,P\,dT}{T^3}\right) = 0,$$

und daraus

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = \frac{a}{a + bT + \dfrac{2a\alpha P}{T^3}} \cdot \frac{\alpha}{T^2} = \frac{a}{c_p} \cdot \frac{\alpha}{T^2} = \frac{\alpha'}{T^2} \quad (27)$$

an Stelle von Gleichung (1). Die Abweichungen sind demnach dort am größten, wo sich a am meisten von c_p unterscheidet, also in unmittelbarer Nähe des Sättigungsgebietes und ferner für sehr hohe Werte von Druck und Temperatur. Für alle diese Fälle tritt an Stelle von α ein kleinerer Wert α', was ebenfalls mit den Versuchen im Einklang ist. So zeigte v. Linde[2]), daß α bei hohen Drücken für Luft merklich

1) Mollier, Neue Tabellen und Diagramme für Wasserdampf, 1906.

1) Die Verdampfungswärme von N_2 wurde auch noch von J. Shearer (Phys. Rev. 1903, S. 471) gemessen, welcher den Wert 49,83 W.-E. bei einer Dichte $\gamma' = 1{,}427$ gr/dm³ entsprechend der absoluten Temperatur $T = 68{,}1°$ angibt. Der entsprechende Wert von Alt ist 50,22 W.-E., während unseren Tabellen der Wert 50,16 zugrunde liegt, der sich zwischen beiden beobachteten Werten befindet, jedoch näher zu dem von Alt, der zuverlässiger zu sein scheint.

2) Bayer. Akad. d. Wiss. **27**, 489, 1897.

Dampftabellen für Stickstoff. Tafel I.

Absol. Temperatur T	Temperatur ^{0}C t	Druck p in Atm. (kg/qcm)	$\frac{dp}{dt}$	Spezifisches Volumen der Flüssigkeit v' cbm/kg	Spezifisches Volumen des Dampfes v'' cbm/kg	Gewicht von 1 cbm Dampf $\gamma'' = \frac{1}{v''}$ kg/cbm	Entropie der Flüssigkeit s'	Entropie des Dampfes s''	$s'' - s' = \frac{r}{T}$
62,5	—210,5	0,122	0,0230	0,001137	1,531	0,653	0,0000	0,8235	0,8235
63	—210	0,132	0,0245	1140	1,425	0,702	0,0030	0,8175	0,8145
64	—209	0,152	0,0272	1146	1,255	0,797	0,0100	0,8085	0,7985
65	—208	0,174	0,0301	1152	1,113	0,899	0,0170	0,7992	0,7822
66	—207	0,203	0,0339	1159	0,967	1,034	0,0234	0,7909	0,7675
67	—206	0,240	0,0389	1165	0,829	1,206	0,0303	0,7828	0,7525
68	—205	0,282	0,0442	1171	0,714	1,401	0,0368	0,7748	0,7380
69	—204	0,329	0,0499	1177	0,620	1,613	0,0433	0,7668	0,7235
70	—203	0,383	0,0563	1184	0,5389	1,855	0,0494	0,7589	0,7095
71	—202	0,446	0,0636	1190	0,4681	2,137	0,0550	0,7510	0,6960
72	—201	0,516	0,0715	1197	0,4090	2,447	0,0608	0,7434	0,6826
73	—200	0,592	0,0797	1204	0,3602	2,778	0,0665	0,7365	0,6700
74	—199	0,676	0,0884	1210	0,3187	3,140	0,0720	0,7295	0,6575
75	—198	0,771	0,0979	1217	0,2824	3,542	0,0778	0,7228	0,6450
76	—197	0,877	0,1082	1224	0,2507	3,991	0,0835	0,7165	0,6330
77	—196	0,984	0,1183	1231	0,2254	4,438	0,0892	0,7104	0,6212
78	—195	1,108	0,1297	1238	0,2020	4,952	0,0949	0,7047	0,6098
79	—194	1,240	0,1414	1245	0,1821	5,493	0,1003	0,6989	0,5986
80	—193	1,378	0,1530	1252	0,1652	6,055	0,1059	0,6936	0,5877
81	—192	1,538	0,1665	1259	0,1492	6,702	0,1115	0,6885	0,5770
82	—191	1,711	0,1805	1266	0,1351	7,400	0,1166	0,6828	0,5662
83	—190	1,885	0,1940	1274	0,1234	8,105	0,1218	0,6777	0,5559
84	—189	2,100	0,2110	1281	0,1117	8,950	0,1270	0,6725	0,5455
85	—188	2,329	0,2283	1289	0,1013	9,87	0,1322	0,6674	0,5352
86	—187	2,557	0,2446	1296	0,0929	10,76	0,1374	0,6626	0,5252
87	—186	2,805	0,2623	1304	0,0852	11,74	0,1423	0,6578	0,5155
88	—185	3,068	0,2802	1312	0,0784	12,75	0,1472	0,6534	0,5062
89	—184	3,352	0,2995	1320	0,0721	13,87	0,1520	0,6489	0,4969
90	—183	3,652	0,3195	1328	0,0664	15,06	0,1567	0,6443	0,4876
91	—182	3,964	0,3395	1336	0,0615	16,26	0,1616	0,6402	0,4789

Dampftabellen für Stickstoff. Tafel II.

Absolute Temperatur T	Druck p in Atm. (kg/qcm)	Wärmeinhalt der Flüssigkeit i' W.-E.	Wärmeinhalt des Dampfes i'' W.-E.	Energie des Dampfes u'' W.-E.	Verdampfungswärme $r = i'' - i'$ W.-E.	$u'' - u' = \varrho$ W.-E.	$AP(v'' - v') = \Psi$ W.-E.	Spez. Wärme an der Grenzkurve C_p''	Temperatur $\Theta = T - 62{,}5^0$
62,5	0,122	0,00	51,42	47,05	51,42	47,05	4,37	0,2315	0
63	0,132	0,22	51,53	47,13	51,31	46,91	4,40	0,2318	0,5
64	0,152	0,65	51,73	47,27	51,08	46,62	4,46	0,2322	1,5
65	0,174	1,08	51,93	47,40	50,85	46,32	4,53	0,2328	2,5
66	0,203	1,51	52,15	47,56	50,64	46,05	4,59	0,2335	3,5
67	0,240	1,94	52,35	47,70	50,41	45,76	4,65	0,2343	4,5
68	0,282	2,37	52,54	47,83	50,17	45,46	4,71	0,2353	5,5
69	0,329	2,80	52,73	47,96	49,93	45,16	4,77	0,2363	6,5
70	0,383	3,23	52,91	48,08	49,68	44,85	4,83	0,2374	7,5
71	0,446	3,67	53,10	48,21	49,43	44,55	4,88	0,2386	8,5
72	0,516	4,10	53,27	48,33	49,17	44,24	4,93	0,2398	9,5
73	0,592	4,53	53,44	48,45	48,91	43,93	4,98	0,2412	10,5
74	0,676	4,96	53,61	48,57	48,65	43,62	5,03	0,2425	11,5
75	0,771	5,39	53,78	48,69	48,39	43,31	5,08	0,2440	12,5
76	0,877	5,82	53,94	48,81	48,12	42,99	5,13	0,2455	13,5
77	0,984	6,26	54,10	48,91	47,84	42,67	5,17	0,2470	14,5
78	1,108	6,69	54,26	49,03	47,57	42,36	5,21	0,2487	15,5
79	1,240	7,12	54,41	49,14	47,29	42,04	5,25	0,2504	16,5
80	1,378	7,55	54,56	49,25	47,01	41,72	5,29	0,2521	17,5
81	1,538	7,98	54,71	49,36	46,73	41,40	5,33	0,2539	18,5
82	1,711	8,42	54,85	49,45	46,43	41,06	5,37	0,2558	19,5
83	1,885	8,85	54,98	49,55	46,13	40,73	5,40	0,2578	20,5
84	2,100	9,29	55,11	49,64	45,82	40,39	5,43	0,2599	21,5
85	2,329	9,72	55,22	49,72	45,50	40,04	5,46	0,2621	22,5
86	2,557	10,16	55,34	49,80	45,18	39,69	5,49	0,2643	23,5
87	2,805	10,60	55,46	49,89	44,86	39,35	5,51	0,2665	24,5
88	3,068	11,03	55,57	49,97	44,54	39,00	5,54	0,2687	25,5
89	3,352	11,47	55,68	50,05	44,21	38,65	5,56	0,2710	26,5
90	3,652	11,91	55,79	50,14	43,88	38,31	5,57	0,2733	27,5
91	3,964	12,34	55,91	50,24	43,57	37,98	5,59	0,2756	28,5

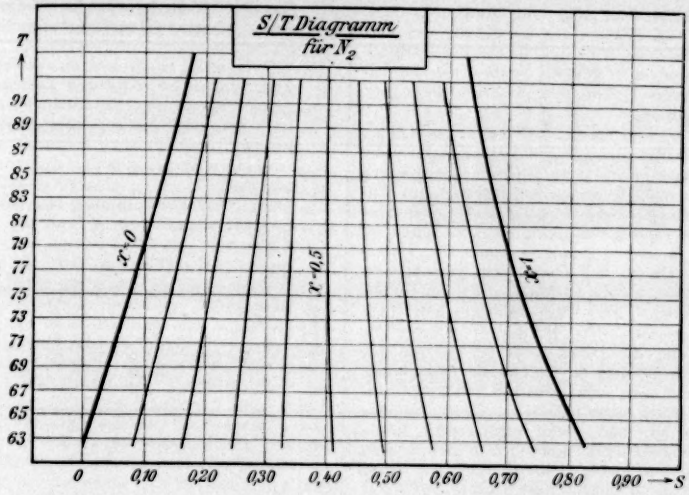


Fig. 2.

abnimmt; die Abnahme von α mit wachsender Temperatur ist bedingt durch die Existenz der Inversionstemperatur.

Zusammenstellung der Formeln für gesättigte und überhitzte Stickstoffdämpfe für Drücke bis 4 Atm.

Zustandsgleichung:

$$v = \frac{30{,}2\,T}{P} - \frac{64{,}4}{T^2}.$$

Spezifische Wärme:

$$c_p = 0{,}2246 + 0{,}000038\,T + 0{,}905\,\frac{P}{T^3}.$$

Wärmeinhalt:

$$i = 37{,}45 + 0{,}2246\,T + 0{,}000019\,T^2 - 0{,}452\,\frac{P}{T^2}.$$

Energie:

$$u = 37{,}45 + 0{,}1539\,T + 0{,}000019\,T^2 - 0{,}3\,\frac{P}{T^2}.$$

Entropie:

$$s = 0{,}3880 + 0{,}2246 \ln T + 0{,}000038\,T - 0{,}0707 \ln P - 0{,}3\,\frac{P}{T^3}.$$

Im Sättigungsgebiet gelten angenähert die Gleichungen:

Spannungskurve:

$$\log p = 3{,}0 + 0{,}4 \log T - \frac{289{,}6}{T}.$$

Verdampfungswärme:

$$r = 68{,}85 - 0{,}2736\,T.$$

Mit Hilfe dieser Gleichungen sind die Tafeln I und II berechnet und das Entropiediagramm, Fig. 2, gezeichnet.

(Eingegangen 13. Juni 1910.)

Alarmvorrichtung zum Luftdruckvariometer für Ballonfahrten[1]).

Von Ludwig Schiller.

Zweifellos besitzen wir eine ganze Anzahl vorzüglicher Instrumente zur Feststellung der Vertikalbewegung im Ballon, aber sie besitzen alle einen gemeinsamen Nachteil. Man muß sie alle mit mehr oder weniger Zeitaufwand beobachten. Gelegentlich einer Ballonfahrt empfand Prof. Wiener das Bedürfnis nach einem Instrument, das sich als eine Kombination des Bestelmeyerschen Luftdruckvariometers[2]) mit einer Alarmvorrichtung darstellen würde, und beauftragte mich, über seine Technik Versuche anzustellen. Der aus diesen Versuchen hervorgegangene Apparat hat sich bei

1) Etwas gekürzt aus den Berichten der mathematisch-physischen Klasse der königlich sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig.

2) A. Bestelmeyer, Illustrierte aëronautische Mitt. **12**, 656—657, 1908 und diese Zeitschr. **9**, 863 ff., 1908.

einer Ballonfahrt sehr gut bewährt[1]). Deswegen und weil bei der Herstellung des Versuchsapparates sich immerhin einige sorgfältiger zu behandelnde Punkte ergaben, ist die folgende kurze Beschreibung vielleicht nicht ganz ohne Interesse.

Ein leichter Holzkasten von 22 cm Länge, 14,5 cm Breite und 14 cm Höhe enthält die ganze Apparatur. Die Vorderwand des Kastens ist mit einigen Schrauben befestigt, so daß sie leicht abzunehmen ist und man bequemer zu allen Kontakten usw., die sich unten im Kasten befinden, gelangen kann. Der Deckel ist mit Haken und Ösen leicht verschlossen.

In dem Kasten befinden sich zunächst die Bestandteile des Bestelmeyerschen Luftdruckvariometers, d. h. das Manometer mit Skala und die Dewarsche Flasche mit Kapillare, außerdem die elektrische Einrichtung, bestehend aus einer größeren Trockenbatterie (4—5 Volt), einer kleineren Trockenbatterie (2—3 Volt) und einem polarisierten Relais. Die Klingel befindet sich oben auf dem Kasten, gesondert in einem kleineren Kästchen, dessen Deckel durch feinmaschige Kupfergaze zur Verhütung von Knallgasexplosionen infolge des Klingelunterbrecherfunkens gebildet wird (Prinzip der Grubenlampe). Zur Verkleinerung dieses Funkens ist außerdem zum Klingelunterbrecher noch ein kleiner Kondensator parallel geschaltet. Bei normalen Verhältnissen sind diese Sicherheitseinrichtungen wohl kaum notwendig, da ja der Apparat nur bei starkem Fallen ansprechen soll, wobei kein Gas aus dem Ballon austritt. An Stelle der Bestelmeyerschen Füllflüssigkeit ist ein Elektrolyt getreten, der im wesentlichen folgenden Anforderungen zu entsprechen hat:

1. Möglichst große Leitfähigkeit. Dadurch wird einerseits ermöglicht, mit den Elektroden weiter auseinanderzugehen, so daß der Apparat auf die immerhin trotz entsprechender Aufhängung vorkommenden Schwankungen sicher nicht anspricht. Andererseits gestattet große Leitfähigkeit geringere elektromotorische Kräfte, also eine leichtere Batterie, anzuwenden. Es ist dies wesentlich vorteilhafter, als das Relais allzu empfindlich zu stellen.
2. Dauerhaftigkeit und möglichst geringe Polarisation.
3. Soll aus ihm an der einen Elektrode kein Gas abgeschieden werden (zur Vermeidung einer Stromunterbrechung durch Gasblasen).
4. Soll er kein zu großes spezifisches Gewicht und keine zu große Zähigkeit besitzen, ersteres der Empfindlichkeit, letzteres der möglichst schnellen Einstellung wegen[1]).

Die elektrische Einrichtung gestaltet sich folgendermaßen:

1. Der Relaiskreis besteht aus der Batterie E_1 dem Relais R und der Schließungsstelle im Elektrolyten des Variometers A_1A_2. (Fig. 1.)

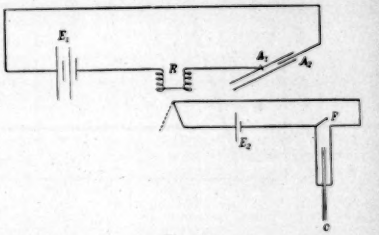


Fig. 1.

2. Der Klingelkreis besteht aus einer kleinen Batterie E_2 und der Klingel F, zu welcher der Kondensator C parallel geschaltet ist. Die Benutzung zweier gesonderter Batterien garantiert längere Lebensdauer. Zudem spielt die Gewichtsdifferenz so gut wie keine Rolle. (Fig. 1.)

Die beiden Elektroden sind folgendermaßen am Variometer angebracht (Fig. 2):

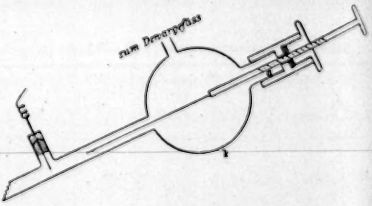


Fig. 2.

Ungefähr in der Mitte der oberen dünneren Röhre ist eine Elektrode eingeschmolzen, die bis ungefähr in die Mitte des Querschnittes hineinragt. Es ist augenscheinlich sehr wesentlich, daß sich in dieser schmalen Passage

1) Er wurde in handlicher Form für die beschriebenen Versuche von dem hiesigen Universitätsmechaniker, Herrn Donner, hergestellt. — Die Verfertigerin des Variometers, die Firma Spindler & Hoyer in Göttingen, hat sich bereit erklärt, eine eventuelle Fabrikation des Apparates zu übernehmen.

1) Als vorteilhaft hat sich wäßrige Jodkaliumlösung mit Jodzusatz erwiesen.

keine Gasblasen entwickeln, da hierdurch der Kontakt stark gefährdet wird. Zum Schutz gegen Abbrechen der Elektrode ist über sie ein kleines Glasröhrchen an die Röhre angeschmolzen, das mit Quecksilber gefüllt ist, in welches der Zuführungsdraht hineinragt. Oben ist das Röhrchen verkittet.

Zur Einführung der anderen Elektrode ist an die Kugel *k* ein Ansatz *a* angeblasen. Über diesen Ansatz ist eine Stopfbüchse gekittet. In ihr läuft drehbar eine längere, nach außen führende Spindel, die an ihrem unteren Ende die angelötete dünne Elektrode trägt, die in die Variometerröhre hineinragt. An dieser Stelle ist Gasentwicklung ungefährlich, da hier das Gas leicht die Möglichkeit hat, nach oben zu entweichen, und außerdem eine größere Elektrodenfläche zur Verfügung steht. Mittels der Spindel läßt sich der Elektrodenabstand und damit die Empfindlichkeit des Instrumentes beliebig variieren. Eine weitere Möglichkeit zur Variierung der Empfindlichkeit besteht in einer Vorrichtung, welche gestattet, die Neigung der Variometerröhre beliebig zu verändern. Es zeigte sich bei der Fahrt, daß eine Einstellung auf etwa $^1/_4$ m zweckmäßig sein dürfte.

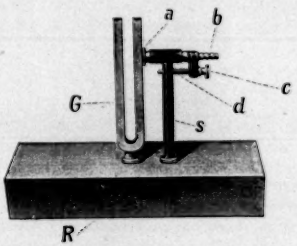
Leipzig, Physikal. Institut, den 21. Juni 1910.

(Eingegangen 23. Juni 1910.)

Erregung von Stimmgabeln durch Preßluft.

Von M. Th. Edelmann.

Wenn mit Druck von wenigstens zwei Atmosphären aus einer passend geformten und genäherten Düse gegen die Außenseite einer Stimmgabelzinke ein Luftstrom geführt wird, dann beginnt sofort die Stimmgabel zu schwingen; unter passenden Umständen werden die Schwingungen nach kürzester Zeit so groß, wie man sie auf anderem Wege nur durch recht günstige elektromagnetische Erregung erhält. Ist die Gabel auf Resonanzkasten befestigt, so entstehen ungemein starke Töne und zwar nicht nur wegen der Wirkung des Resonators, sondern noch dazu, weil vermöge der schwingenden und der Düse genäherten Zinke der Luftstrom in der Frequenz des Stromes hervorquillt. Zur Ausführung dieses Versuches dient beistehend abgebildete und in dem Physikal.-mechanischen Institute von Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn, München, hergestellte Einrichtung. Die Düse *a*, welche gegen die Stimmgabelzinke mit einer großen Randfläche endigt, ist in der Mitte mit einem kleinen, nach außen konisch erweitertem Loche versehen und ist mit Stellschraube *c* bezüglich ihrer Entfernung von der Zinke einstellbar. *b* bildet einen Schlauchansatz, in welchen vermittels umflochtenen Schlauches die Preßluft zugeführt wird; Resonanzkasten *R*.



München, Juni 1910.

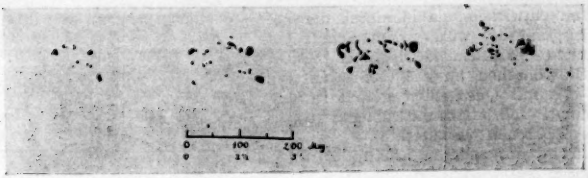
(Eingegangen 9. Juni 1910.)

Seltene Erscheinungen auf der Sonne. Grüne Strahlung und chromosphärisches Netz.

Von Wilhelm Krebs.

Seit Mai 1907 wurde von meinen, nur mit Brille oder Teleskop bewaffneten Augen einige Male eine grüne Umrandung besonders des Ostrandes der untergehenden Sonne beobachtet. Optische Täuschung durch Kontrast konnte nicht in Frage kommen, da der Westrand, solange er sichtbar war, gewöhnlich nicht die gleiche Erscheinung erkennen ließ. Doch erwies sich die Achromasie meines Refraktors nicht als vollkommen. Ich beschränkte mich deshalb auf Veröffentlichung einiger solchen Beobachtungen, in der Hoffnung, Besitzer vollkommenerer Instrumente zur Nachbeobachtung anzuregen, und unterließ die regelmäßige Fortsetzung dieser Untersuchungen, die, bei der Ungleichmäßigkeit der natürlichen Abblendung der Sonnenstrahlung durch die Dünste des Horizontes, für die Augen nicht ganz ungefährlich war.

Eine der späteren, gelegentlichen Beobachtungen der grünen Berandung des Ostrandes entfiel auf August 9. 1908. Sie entfiel also in denselben Monat, in dem Herr Amaftunski eine seiner seltenen Beobachtungen der grünen Umrandung von Sonnenfleckenkernen gemacht hatte. Das Datum ist in No. 4377 der A. N. angegeben zu August 18. 1908, allerdings wohl nach altem Stil. In diesem Falle handelte es sich nicht um das genau gleiche Feld gesteigerter Sonnentätigkeit. Die in derselben No. 4377 von Herrn Amaftunski berichtete Beobachtung



Vier Phasen des Sonnenausbruchs vom Februar 18. 1910.

	I	II	III	IV
	Febr. 18	Febr. 20	Febr. 21	Febr. 23.
M. Gr.-Z.	22^h	$22^h\,15$	21^h	$22^h\,10$
Nördl. Gruppe	75 Mega.	125 Mega.	150 Mega.	
Südl. „	60 „	136 „	137 „	

Aufgenommen zu Großflottbek von Wilhelm Krebs.

Fig. 1.

vom Oktober 2. 1909 n. St. und den folgenden Tagen hat mit seiner Augustbeobachtung 1908, sei sie auf August 18. oder August 31. n. St. anzusetzen, gemein, daß sie sich einstellte in der Zeit eben nach dem Jahresmaximum der Sonnenfleckenentwicklung.

Für beide Epochen waren von mir auch Randerscheinungen ungewöhnlicher Art angekündigt worden, unter August 8. 1908 in den A. N., unter September 10. 1909 im „Weltall".

Der von Oktober 2. bis 6. 1909 von Herrn Amaftunski beobachtete mehrkernige Sonnenfleck, der sich durch bedeutende Ausdehnung nach heliographischer Länge auszeichnete, lag, nach der Estadística foto-heliográfica der Sternwarte zu Cartuja, durchschnittlich unter 167^0 der Länge, $-0{,}9^0$ der Breite. Die nördlichere, jüngere und beständigere der beiden Fleckenreihen der zweiten Septemberwoche 1909 lag, nach derselben Quelle berechnet, unter 157^0 der Länge, $-2{,}4^0$ der Breite. Beide Fleckengruppen gehörten demnach wohl zweifellos demselben Felde gesteigerter Sonnentätigkeit an.

Der von Herrn Amaftunski beobachtete Fleck stellte sich in diesem Zusammenhange dar als der wiederkehrende, stark geschmälerte Rest jenes Fleckensignales für einen ungewöhnlich starken Sonnenausbruch. Tatsächlich nahm dieser Rest an Größe stetig ab, nach jener Statistik von September 28. bis Oktober 10. von 1110 (3330 Quadrat-Mega) auf 203 Milliontel (609 Quadrat-Mega) der Hemisphäre. Ähnliches geschah seinem Fackelfelde. Nach dem vollständigen Aufgehen am Ostrande war es 3200 (9600 Quadrat-Mega), kurz vor dem Untergange war es nur 1800 (5400 Quadrat-Mega) groß.

Die von Herrn Amaftunski auf der Sonnenscheibe im August 1908 und im Oktober 1909 gesehenen grünen Färbungen erwecken unter solchen Umständen den Eindruck, Begleiterscheinungen des Verfalls einer starken Sonnenfleckengruppe zu sein.

Eine solche Epoche des Verfalls war im März 1910 in der Wiederkehr begriffen. Februar 1910 hatte einen Ausbruch auf der der Erde zugewandten Seite des Sonnenballes zu verzeichnen gehabt, der in etwas kleinerem Maßstabe den Doppelausbruch des September 1909[1]) wiederholte (Fig. 1). Die, ebenfalls beständigere, nördliche von zwei Sonnenfleckenreihen wies von Februar 19. bis 22. 1910 eine gleichmäßige Zunahme von täglich 25 Megametern auf, was eine Ausbruchshöhe von etwa 100 Megametern berechnen ließ. Von diesem Tage an trat bei ihr, wie vorher schon bei der südlicheren Reihe, ein merkbarer Rückgang ein, der aber nicht hinderte, daß die Gesamtgruppe am Februar 25. nach „Nature" von Mr. J. H. Elgin mit bloßen Augen gesehen wurde.

Als sie den Westrand rundete, März 1. 1910, wurde nach derselben Zeitschrift außer einer dreigeteilten Protuberanz nördlich von ihr, die nach der Schilderung die Möglichkeit einer Erklärung aus projizierten Wirbelringen zuläßt, eine niedrige Bank von chromosphärischer Masse (Prominence matter), über ihr selbst, in South Kensington festgestellt.

Zu der Erklärung dieser Beobachtungen gab die Wiederkehr desselben Feldes hocherregter Sonnentätigkeit diesseit des Ostrandes seit März 15. 1910, besonders am Morgen des März 16, einen überraschenden Anhalt (Fig. 2).

Von der Sonnenfleckengruppe war nur ein Kernfleck von mäßiger Größe übrig geblieben. Außerordentlich ausgedehnt erwies sich dafür das begleitende Fackelfeld. Besonders auffallend an ihm war aber eine wabenartige Ausbildung. Ich skizzierte sie am Fernrohr zunächst ohne

1) Diese Zeitschr. II, 241—242, 1910.

Feld der Sonnenausbrüche in der dritten Februarwoche 1910, bei der Wiederkehr diesseit des östlichen Sonnenrandes im März 16. 1910.
Sonnenfleck und Fackelumrisse. März 16. 1910. 10^h 45 a. M. Gr. Z.
× Stellung des Sonnenflecks März 15. 1910 gegen 11 a. M. Gr. Z.

Vituelle Aufnahme mit einem dreizölligen Refraktor durch ein blauviolett abgeblendetes astronomisches Okular von Wilhelm Krebs zu Großflottbeck.

Fig. 2.

Nebengedanken und deshalb sicherlich nicht vollständig und ebensowenig schematisch. Erst bei nachträglicher Durchmusterung fiel mir an der Gestaltung ihrer Teile die große Übereinstimmung mit den spektrographischen Bildern der Tourbillons cellulaires des Herrn H. Deslandres auf. Die Ausmessung bestätigte diesen Eindruck. Sie wurde in hinreichender Schärfe erreicht mit Hilfe der Position des Fleckes vor etwa 24 Stunden (× der Fig. 2). Die von dieser und der heutigen Position begrenzte Strecke betrug ungefähr 14 Grade heliographischer Länge. Auf einen Millimeter der Figur entfielen daher in der Richtung Ost—West rund 13″ eines Himmelsgrades. In der Richtung Nord—Süd entfielen auf einen Millimeter etwa 8″. Die vier deutlichsten Ringe, in der Reihenfolge von Osten bzw. Süden nach Westen, wiesen demnach folgende Ausmessungen auf

Kleinste Durchmesser	Größte Durchmesser
48″	65″
40″	50″
64″	65″
26″	32″.

Den Anforderungen der Perspektive entsprach auf der Abbildung der Umstand, daß die scheinbar größten Durchmesser durchgängig von Norden nach Süden lagen, die Durchmesser mehr ost—westlicher Richtung, also verkürzt erschienen. Die Fackelumrisse in der Umgebung des übriggebliebenen Fleckes lassen einen Ring von ähnlichen Ausdehnungen um diesen selbst herum vermuten. Doch würde jene Regel hier nicht zutreffen (E—W 91″, N—S 48″), und erscheint dieser Teil der Zeichnung auch sonst nicht ganz korrekt.

Soviel aber ist sicher, daß jene vier Ringgebilde auch in der Größenordnung ihrer Durchmesser den Tourbillons cellulaires entsprachen, die an Spektrogrammen der Sonne vom August 1908 und vom September 1909 bisher von mir ausgemessen werden konnten[1]).

Das wabenförmige Fackelfeld von März 16. 1910 erscheint demnach als ein Stück des chromosphärischen Netzes nach Deslandres, das zum ersten Male ohne Intervention des Spektroskopes festgestellt werden konnte.

Dieses chromosphärische Netz nach Deslandres hat nichts gemein mit dem sogenannten photosphärischen Netz nach Janssen. Während jenes, wie angegeben, aus Wirbelringen von durchschnittlich 1 Bogenminute oder 60 Bogensekunden Durchmesser besteht, wird dieses von sogenannten Granuli gebildet, deren Durchmesser nur 1 bis 2 Bogensekunden beträgt[2]). Die Granuli gehören demnach einer anderen Größenordnung an als die Wirbelringe. In einem Beitrag zu Bd. IX, Heft 4 von Herrn Gerlands Geophysik (Leipzig 1908) über Granulationen der Sonnenoberfläche ist von mir der Nachweis erbracht, daß diese Granuli und deshalb auch das sogenannte photosphärische Netz, das sie zusammensetzen, höchstwahrscheinlich durch wellenartige Vorgänge in den Höhen der irdischen Atmosphäre vorgetäuscht werden. Jedenfalls standen Ortsveränderungen echter Granuli, die an großen Sonnenphotographien von Juni 25. 1905 verfolgt werden konnten, im Einklang mit der Richtung der wellenschlagenden Szintillation am Sonnenrande und mit der, aus Barogrammen und Luftdruckprofilen des deutschen und des russischen Witterungsdienstes berechneten, übereinstimmenden Richtung der damals dominierenden Hochströmung der irdischen Atmosphäre[3]).

Während das photosphärische Netz also wahrscheinlich irdischen Ursprungs ist, vorgetäuscht durch Bewegungsvorgänge in der zwischen Sonne und Beobachter vorhandenen Erdatmosphäre, ist das chromosphärische Netz ohne Zweifel solaren Ursprungs und reell.

Sein Auftreten am Ostrande der Sonne war am Abend desselben März 16. begleitet von aus-

1) Näheres hierüber bringt meine in Herrn Dr. Völlers „Natur und Kultur" demnächst erscheinende Abhandlung über Sonnentätigkeit als Ausbruchstätigkeit der Sonne. Vgl. auch diese Zeitschr. 11, 240—242, 1910. In ihrer Anm. 3 sei bei dieser Gelegenheit berichtigt „Fenji" in Fenyi, „anscheinend am 29. September" in am 30. September, „auf den Beobachtungen" in auch den Beobachtungen.

2) Nach P. S. Chevaliers Beitrag über die Photosphäre zum „Astrophysical Journal" für Januar 1908. Dieselbe Größenordnung fand ich selbst auch beim Nachmessen der von Herrn Hansky am 25. Juni 1905 aufgenommenen Granuli.

3) Vgl. außer Gerlands Beiträgen zur Geophysik a. a. O. noch das Referat im Weltall 10, 87—90.

geprägter grüner Strahlung. Besonders deutlich trat sie auf bei dem ersten Akte des Sonnenunterganges hinter einer 3° hohen bleigrauen Bank. Diese erwies sich in der Folge als der total reflektierende Teil einer Sprungfläche der Atmosphäre. Denn unterhalb des etwa grädbreiten dunklen Bandes, hinter dem die Sonne verschwunden war, trat sie wieder hervor. Doch war die Scheibe erheblich breiter und kirschrot statt, wie vorher, orangefarbig. Diese Erscheinung erinnert an eine frühere, die, in den Annalen der Hydrographie 1904, S. 158 von mir, nach einer Mitteilung des Herrn F. v. Wrangell, beschrieben und erklärt ist. Nur war hier die Reihenfolge umgekehrt, da es sich damals um einen Sonnenaufgang handelte. Auch fehlte anscheinend das trennende Band. Diese Beobachtung geschah von dem 1142 m hohen Brockengipfel aus. Sie ist erklärt aus einer Sprungfläche der Atmosphäre, über der damals Herr v. Wrangell stand. Dieselbe Erklärung dürfte für die neue Beobachtung zu Großflottbek am 16. März 1910 gelten. Die Sprungfläche, um die es sich hierbei handelte, war allerdings erst eben über den Westhorizont aufgetaucht und hing anscheinend mit der damals aus dieser Richtung nahenden atmosphärischen Störung zusammen.

Die Erscheinung ist hier so ausführlich berichtet, weil sie gestattete, den Einwand mangelhafter Achromasie des Fernrohres auf Grund direkter Beobachtung zu beseitigen. Denn die grüne Berandung stellte sich vor und nach dem Passieren des dunklen Bandes, das sein Auftreten der Totalreflexion verdankte, am natürlichen Ostrande der Sonne ein, während sie an dem künstlich von diesem Bande geschnittenen Ostrande ausblieb. Die grüne Berandung jenes natürlichen Ostrandes der Sonne war demnach reell.

(Eingegangen 22. April 1910.)

Über neue Resonanzerscheinungen in Wechselstromkreisen.

Bemerkung zur Arbeit des Hrn. O. Martienssen[1]).

Von L. Kann.

Nach der Einleitung obenerwähnten Aufsatzes zu schließen, scheint es nicht überflüssig, darauf hinzuweisen, daß die im theoretischen Teil (auf S. 448—451) abgeleiteten Ausdrücke sich ohne weiteres aus den bekannten Transformatorgleichungen ergeben, wenn man als Sekundärkreis eine (von den Wirbelströmen des Eisenkernes durchflossene) Kurzschlußwindung einführt[2]).

Man braucht bloß, um der Veränderlichkeit der Permeabilität (μ) Rechnung tragen zu können, die Induktionskoeffizienten durch den mit den Windungen verketteten Kraftlinienfluß pro Amp. auszudrücken, also:

$$L_1 \text{ (in Henry)} = 10^{-9} \cdot \frac{4\pi q}{l} \cdot \mu \cdot n \cdot n = \lambda \mu n^2$$

(der Schreibweise Herrn Martienssens folgend); $L_{12} = \lambda \mu n$ und $L_2 = \lambda \mu$.[3]) Ferner wird $C_2 = \infty$ und $R_2 = \varrho$.

Nach Einsetzung dieser Werte in die allgemeine Gleichung für den Primärstrom (in üblicher Bezeichnungsweise):

$$J_1 = \frac{\bar{E} \sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{\left[R_1 + \frac{\omega^2 L_{12}^2 R_2}{R_2^2 + \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)^2}\right]^2 + \left[\omega\left(L_1 - \frac{\omega L_{12}^2 \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)}{R_2^2 + \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)^2}\right) - \frac{1}{\omega C_1}\right]^2}}$$

ergibt sich sofort, wenn der Ausdruck in der ersten geschlungenen Klammer mit R, der in der zweiten mit L bezeichnet wird:

$$R = R_1 + \omega^2 n^2 \frac{\lambda^2 \mu^2}{\varrho\left(1 + \omega^2 \mu^2 \frac{\lambda^2}{\varrho^2}\right)} \text{ Ohm},$$

$$L = n^2 \frac{\lambda \mu}{1 + \omega^2 \mu^2 \frac{\lambda^2}{\varrho^2}} \text{ Henry} \quad \text{und}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{R}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C_1}\right).^1)$$

Ferner ist der Kraftlinienfluß:

$$N = \frac{J_1 \lambda \mu n}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2 \lambda^2 \mu^2}{\varrho^2}}} \sin(\omega t - \varphi - \psi)$$

1) Diese Ausdrücke ergeben sich aus den Formeln Herrn Benischkes, wenn man für die Induktionskoeffizienten dieselben Werte wie oben und den Kopplungskoeffizienten $\varkappa = 1$ setzt.

1) Diese Zeitschr. **11**, 448, 1910.

2) Dies ist wohl auch im allgemeinen der übliche und beste Weg zur Lösung derartiger Probleme. Es sei mir gestattet, u. a. neben dem Artikel von Herrn K. Benischke (Zeitschr. für Elektrotechn. u. Maschinenb. **25**, 633, 1907) als naheliegendes Beispiel den von mir (graphisch) behandelten Fall des „Hysteresis- und Wirbelstrommotors" (diese Zeitschr. **4**, 561, 1903) anzuführen.

3) Hierbei ist also — wie bei Herrn Martienssen — ein „streuungsloser Transformator" angenommen. Über die Zulässigkeit dieser Annahme soll hier nicht weiter gesprochen werden.

und

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{\omega\lambda\mu}{\varrho},$$

da der Winkel (ψ) zwischen Primärstrom und Kraftlinienfluß gleich ist dem zwischen Spannung und Strom im Sekundärkreis (Wirbelstromkreis).

Direkt hieran können also die weiteren sehr interessanten Folgerungen angeschlossen werden.

Wien, Ende Mai 1910.

(Eingegangen 4. Juni 1910.)

VORTRÄGE UND REDEN.

Neuere Einwände gegen die Helmholtzsche Theorie des Hörens[1].

Von A. L. Bernoulli.

Im Jahre 1862 erschien bei Vieweg in Braunschweig ein Buch unter dem Titel „Tonempfindungen". Sein Verfasser war Hermann Helmholtz. Auch heute noch wird sich niemand, der das Buch zur Hand nimmt, dem eigenartigen Zauber, den dieses wissenschaftliche Kunstwerk auf den Leser ausübt, ganz entziehen können. Wieviel stärker muß erst seine Wirkung auf seine Zeitgenossen gewesen sein. Denen, die das Buch kennen, kann ich über dessen Inhalt nichts Neues sagen. Für die anderen will ich versuchen, das Wichtigste von dem vielen Neuen, was es gebracht hat, kurz zu erwähnen. An eine knappe und doch lichtvolle Einleitung in das Gesamtgebiet der physikalischen Akustik schließt sich die Darlegung von Helmholtz' Ideen zur Physiologie des Gehörorgans. Diese sollen uns heute ausschließlich beschäftigen. Noch stärker war das Interesse, das der letzte und umfangreichste Teil des Werkes hervorrief. Hier gab Helmholtz zum erstenmal eine physikalische Theorie zunächst der Klangfarbe und dann der Harmonie und der Klangverwandtschaft. Die Klangfarbe ist nach Helmholtz' Experimentaluntersuchungen nur bedingt durch Tonhöhe und relative Intensität der Obertöne. Schwebungen dieser Obertöne sind die Ursache der Dissonanzen. Schwebungen sind für das Ohr, was für das Auge ein flackerndes Licht. Minimale Intensität der Schwebungen bedingt ein Maximum an Konsonanz. Um die ungeheuere Tragweite dieser Anschauungen, die ihrer Zeit als revolutionär gelten mußten, zu verstehen, müssen wir uns erinnern, daß für die offizielle Wissenschaft damals bezüglich der Theorien der Harmonik die Anschauungen der Pythagoräer noch durchaus verbindlich waren.

1) Öffentlicher Vortrag gehalten am 11. Jan. 1910 anläßlich der Umhabilitation an die Universität Bonn.

Selbst so weitausschauenden Denkern wie Leonhard Euler und Immanuel Kant war es noch nicht möglich gewesen, über jene von den Alten übernommene Vorstellung, daß das ästhetische Vergnügen der Seele an der Kontemplation rationaler Zahlverhältnisse letzten Endes die Ursache der Konsonanz sei, hinauszukommen. Helmholtz' Theorien zur Physiologie des Gehörorgans sind aufs engste verknüpft mit seiner Theorie der Harmonik. Sind wir gezwungen, die Helmholtzsche Theorie des Gehörorgans auf Grund der Ergebnisse der experimentellen Forschung fallen zu lassen, dann verliert auch seine Musiktheorie eine ihrer wesentlichen Stützen.

Helmholtz hat das Gehörorgan des Menschen und der höheren Wirbeltiere interpretiert als einen automatischen Klanganalysator. Nach ihm enthält das Gehörorgan eine große Zahl abgestimmter mechanischer Resonatoren. Ein dem Ohr zugeleiteter Schall wird automatisch in seine Partialtöne aufgelöst und alle werden mit der ihnen zukommenden Intensität von den betreffenden Resonatoren als mechanische Schwingungen reproduziert. Dadurch wird zugleich verständlich, warum bis heute kein Einfluß der Phase der Teiltöne auf die Klangfarbe hat nachgewiesen werden können.

Daß das Ohr automatisch analysiert und daß wir die einzelnen Partialtöne z. B. eines Akkords einzeln perzipieren, ergibt sich daraus, daß jeder einigermaßen musikalisch Geübte leicht imstande ist, die Töne eines beliebigen Akkords einzeln herauszuhören und die Akkordintervalle namhaft zu machen.

Nicht weniger wichtig ist, wie Helmholtz das anatomische Beobachtungsmaterial zugunsten seiner Theorie benutzt. Man hört allerdings hier und da den Einwand, daß Helmholtz gar nicht der Urheber der Resonatoren-Theorie des Gehörorgans sei. Gewiß haben Cotugno und ebenso Albrecht von Haller bereits in der Mitte des 18. Jahrhunderts die Basilarmembran mit dem Saitensystem einer Laute verglichen. Von einer vagen

Analogie bis zu einer exakten Theorie mit demselben Grundgedanken ist ein sehr weiter Weg. Vor allen ist es Helmholtz mit Hilfe der mathematischen Analyse gelungen, zu zeigen, daß Membranen, welche ähnlich der Basilarmembran transversal stärker gespannt sind als longitudinal, derart schwingen, als wären sie aus einzelnen Saiten zusammengesetzt. Die Geschichte der physiologischen Akustik ist seit dem Erscheinen von Helmholtz' Tonempfindungen die Geschichte eines Kampfes, die Geschichte des Kampfes um die Helmholtzsche Theorie. Zwei der schwersten Einwände, welche in neuerer Zeit gegen Helmholtz erhoben worden sind, sollen uns heute speziell beschäftigen. Zuvor möchte ich Ihnen aber noch einige der wichtigsten anatomischen und physiologischen Befunde ins Gedächtnis zurückrufen, welche uns die letzten beiden Jahrzehnte gebracht haben und die durchaus zugunsten von Helmholtz zu sprechen scheinen. Ich kann hier allerdings aus der Fülle der Arbeiten nur einige besonders charakteristische herausgreifen. Friedrich Bezold[1]), gleich hervorragend als Führer auf dem Gebiete der otologischen Chirurgie wie als Reformator des Taubstummenunterrichts, hatte die glückliche Idee, als Versuchspersonen Taubstumme zu wählen, d. h. also Kranke mit relativ wenig geschädigtem Labyrinthorgan. Indem er ein von ihm selbst[2]) konstruiertes Stimmgabelinstrumentarium mit beliebig variabler Tonhöhe als Tonquelle benutzte, gelang es ihm, erstmals mit Sicherheit an seinen Taubstummen das Vorkommen von Toninseln und Tonlücken im Bereich der Skale nachzuweisen, ein Befund, der auch meines Erachtens durchaus zugunsten von Helmholtz spricht. Als Typus einer Gruppe von anatomischen Befunden möchte ich ferner, um nur einen Namen zu nennen, an die klassischen Arbeiten von Baginsky[3]) erinnern. Baginsky ist es gelungen, beim Hund durch Zerstörung der Kuppelwindung der Schnecke, also durch Zerstörung der längsten Saiten der Basilarmembran, Taubheit für tiefe Töne hervorzurufen. Eine Zerstörung der Basalwindung hat im Gegenteil den Ausfall der hohen Töne zur Folge. Noch entscheidender sind vielleicht die neuesten Versuche von Wittmaack[4]) und diejenigen von Siebenmann und Yoshii[5]), sowie die von Marx[6]). Wittmaack leitete dem Ohr eines Kaninchens langandauernde laute und schrille Töne von Pfeifen zu. Bei hinreichend langer Einwirkung ergab die Sektion eine lokale Zerstörung im Cortischen Organ der Basilarmembran. Von Siebenmann und Yoshii wurden mehrere Töne von verschiedener Höhe ihren Versuchstieren zugeleitet. Die Anzahl der zerstörten Stellen stimmte mit der Zahl der einwirkenden Töne überein. Auch stellten diese Autoren fest, daß die Einwirkungsstellen höherer Töne der Basalwindung näherlagen, als diejenigen tieferer Töne. Durch diese beiden Arbeiten ist wohl einwandfrei erwiesen, daß die Gehörsempfindung in der Schnecke lokalisiert ist, und ferner, daß die einzelnen Töne an räumlich getrennten Stellen perzipiert werden. Diese Beispiele müssen uns hier genügen, da mir die beschränkte Vortragszeit verbietet, weitere auszuführen.

Zwei schwerwiegende Einwände sind in den letzten Jahren gegen die Helmholtzsche Theorie erhoben worden. Der eine, von M. Wien[1]) geäußerte, bezieht sich auf die Dämpfungsverhältnisse des Resonatorensystems. Dieser Einwand soll später besprochen werden. Ein anderer Einwand ist der folgende: Eine Basilarmembran findet sich, außer bei allen Säugern, nur noch bei den Vögeln und den höheren Reptilien und Amphibien. Dagegen haben vor allen, die in bezug auf die Augen und den Tastsinn so sehr hochentwickelten Fische trotz der weitgehenden Differenzierung ihres Gehörorgans keine Basilarmembran. Daß das Labyrinth der Fische dem Labyrinth der Wirbeltiere homolog ist, folgt u. a. daraus, daß z. B. das Gehörorgan des Menschen ontogenetisch auch das Fischstadium des Gehörorgans wiederholt. Wenn nun für irgendeine der höheren Fischgruppen eine Gehörfunktion nachgewiesen werden kann, so läßt sich die Resonanztheorie kaum mehr verteidigen. Man müßte denn den Fischen nur die Fähigkeit, Rhythmus, aber keine Tonhöhe unterscheiden zu können, zuschreiben. Diese letztere Annahme scheint sehr willkürlich und würde wenig helfen, da wir dann wieder nach einem besonderen Organ für die Perzeption des Rhythmus bei den höheren Wirbeltieren suchen müßten. Bis vor etwa 15 Jahren haben nun aber selbst die Physiologen den Fischen ein Hörvermögen zugeschrieben, obschon sich bereits damals vorsichtige Zweifel hören ließen[2]). Die ersten systematischen Gehörprüfungen an Fischen hat der Physiologe Kreidl[3]) anfangs der neun-

1) Münchner Med. Wochenschr. **47**, No. 19 und 20, 1900.
2) Gemeinsam mit Edelmann.
3) Berl. Ber. 1883.
4) Z. f. Ohrenheilkunde **54**, 1907.
5) Verh. d. D. Otologischen Ges. Heidelberg 1908.
6) Z. f. Ohrenheilkunde **59**, 333, 1909.

1) Festschrift f. Wüllner, Leipzig 1905, S. 28. —
2) Vgl. Cyon, Recherches experimentales sur les fonctions des canaux semicirculares etc. Paris 1878.
3) Pflügers Archiv f. d. gesamte Physiologie **83**, 581, 1892.

ziger Jahre vorgenommen. Kreidl[1]) fand, daß die Fische nicht hören. Zum gleichen negativen Resultat kam der Rostocker Otologe Körner[2]) neuerdings auf Grund ausgedehnter und überaus sorgfältig durchgeführter Versuche. Natürlich müssen alle optischen und taktilen Reizungen sorgfältig vermieden werden. Körner war zu seinen Untersuchungen durch den Umstand veranlaßt worden, daß der Physiker Zenneck[3]) bei Versuchen an Fischen, die jener unter Benützung einer elektrischen Klingel als Tonquelle angestellt hat, zu einem entgegengesetzten Resultat wie Kreidl gekommen war. Wie Zenneck selbst angibt, erregte die Klingel dadurch, daß sie nicht fest aufgestellt war, sondern nur an einem Brett aufgehängt war, im Wasser sichtbare Oberflächenwellen. Zenneck glaubt zwar, dieselben durch geeignete Schutzwände von der Einwirkung auf die Versuchstiere abgehalten zu haben, doch scheinen mir seine Kontrollversuche darüber nicht völlig überzeugend. Der positive Ausfall von Zennecks Versuchen läßt immerhin vermuten, daß die Fische bei ihm nicht auf den Schall, sondern auf taktile Reizung reagiert haben. Vergangenen Sommer bot sich mir Gelegenheit, die Versuche von Zenneck zu wiederholen, und zwar beobachtete ich wie jener an Fischen in ihren natürlichen Lebensbedingungen, also im Fluß oder See, während Kreidl und Körner in Aquarien beobachtet hatten. Sobald ich die als Tonquelle benützte elektrische Klingel fest aufstellte, so konnte ich zum Gegensatz von Zenneck keinerlei positive Reaktionen an den Fischen beobachten. Ich glaube, daß nunmehr durch die Versuche von Kreidl, von Körner und vom Verfasser[4]) einwandfrei festgestellt ist, daß den Fischen keinerlei Gehörsfunktion zukommt.

Schwerer zu widerlegen erscheint ein Einwand, den der Physiker Max Wien[5]) im Jahre 1905 erhoben hat. M. Wien führt etwa folgendes aus: Die Fähigkeit des menschlichen Ohres, kleine Tonhöhenunterschiede als solche noch zu erkennen, ist besonders bei musikalisch Geübten eine sehr große. Jeder Resonator im Ohr spricht somit nur auf solche Töne an, die seinem Eigenton außerordentlich naheliegen. Dies ist aber physikalisch nur dann möglich, wenn die Schwingungen der Resonatoren ganz ungedämpft oder nur sehr schwach gedämpft verlaufen. Andererseits ist aber die Fähigkeit unseres Gehörorgans, verschiedene kurzdauernde Töne in zeitlich sehr rascher Aufeinanderfolge noch einzeln zu hören, eine sehr große. Bei raschen Violinpassagen in mittleren und hohen Lagen und gar erst bei Trillern werden bis zu 10 Tönen in der Sekunde noch deutlich einzeln gehört. Dies erfordert aber umgekehrt eine sehr starke Dämpfung der Resonatoren unseres Gehörorgans. Diesen Forderungen vermag natürlich kein System einfacher Resonatoren gleichzeitig zu genügen. Die Helmholtzsche Theorie müßte nun nach M. Wien unbedingt fallengelassen werden. Ich glaube nun, daß aus diesem Widerspruch ein einfacher Ausweg möglich ist. Ich will versuchen, an einem einfachen mechanischen Beispiel zu zeigen, wie ich mir diesen Ausweg denke. Betrachten wir zwei Pendel von gleicher Schwingungsdauer; dieselben sollen in ihren Drehpunkten an einem gespannten Bindfaden befestigt sein. Erregen wir das eine derselben, so wird auch das andere zu schwingen beginnen. Die Amplitude des zweiten Pendels wird so lange wachsen, bis alle Energie auf jenes übergegangen ist, und das erste stillsteht. Jetzt kehrt sich das Spiel um. Bei ungedämpften oder sehr schwach gedämpften Pendeln wird dieselbe Energiemenge in ebensolcher Weise vielleicht einige zwanzig Mal oder noch öfters hin und her wandern von einem Pendel zum anderen. Ganz anders fällt der Versuch aus, wenn wir das zweite Pendel in Wasser schwingen lassen, dasselbe also durch Reibung stark dämpfen.

Schon nach wenigen Schwingungen wird das zweite Pendel alle Energie, die es vom ersten erhält, durch Reibung in Wärme umgewandelt haben und somit stehenbleiben. Da aber das erste Pendel keine Energie vom zweiten mehr zurückerhält, wird auch das erste Pendel sehr rasch zur Ruhe kommen. Genau dasselbe beobachten wir, wenn wir die beiden Pendel durch zwei Saiten ersetzen, von welchen die erste ohne Dämpfung, die zweite mit sehr starker Dämpfung schwingt. Wenn es uns gelingt, die Existenz derartiger gekoppelter Systeme, die aus einem ungedämpften und einem stark gedämpften Resonator bestehen, für das Gehörorgan des Menschen durch anatomische Befunde wahrscheinlich zu machen, so läßt sich die Helmholtzsche Theorie trotz der Einwände von M. Wien halten. Es liegt nahe, mit Helmholtz die Fasern der Basilarmembran als ein System von ungedämpften oder schwach gedämpften Resonatoren aufzufassen. Wie gelangen wir aber nun zu einem zweiten, dem

1) l. c.
2) Beiträge zur Ohrenheilkunde. Festschrift für A. Lucae. Berlin 1905.
3) Pflügers Archiv für die gesamte Physiologie **95**, 346, 1903.
4) Erscheint in Pflügers Archiv, August 1910.
5) l. c. S. 35.

ersten homologen und überdies stark gedämpften Resonatorensystem? Daß das Cortische Organ als ein System von verspannten Tragbögen ähnlich den Trägern einer Gitterbrücke aufzufassen sei, ist neuerdings in sehr eingehender Weise durch den Leipziger Anatomen Held gezeigt worden. Dieses Tragbogensystem dient nach Held[1]) dazu, die Schwingungen der einzelnen Saiten, sobald diese durch selektive Resonanz erregt werden, auf die von ihnen getragenen Haarzellen zu übertragen.

Nach den Untersuchungen von G. Retzius[2]) ergibt der Vergleich verschiedener Querschnitte der Basilarmembran, daß die linearen Dimensionen der Cortischen Bögen gleichmäßig und stetig mit der Länge der Querfasern (Saiten) der Basilarmembran gleichfalls anwachsen, wenn man die Membran von der Basalwindung bis zur Kuppelwindung durchläuft. Je länger die Saite, desto größer ist somit der von ihr getragene Cortische Bogen. Demzufolge wachsen auch die Querschnitte der inneren Lymphräume des Cortischen Organs, der Nuelsche Raum, und der innere und äußere Tunnelraum gleichsinnig mit der Länge der Saiten. Auch die Größe der Hörzellen (Haarzellen) selbst wächst im gleichen Sinn längs der Basilarmembran. Ich möchte deshalb annehmen, daß wir in dem Cortischen Organ, also in den elastischen Tragbögen der Gitterbrücke, das gesuchte zweite Resonatorensystem vor uns haben. Ferner möchte ich annehmen, daß je zwei homologe Resonatoren, also je eine Saite und ein Tragbogen, desselben Querschnittes durch das Cortische Organ den gleichen Eigenton haben. Die Bogen sind als elastische Stäbe an und für sich viel stärker gedämpft, als die dünnen flexiblen Saiten der Basilarmembran. Dazu kommt noch, daß die Lymphe des Nuelschen Raums und der beiden Tunnelräume die Dämpfung des Systems durch Flüssigkeitsreibung noch wesentlich erhöhen muß.

Der mechanische Teil des Höraktes würde sich also beim Menschen und bei den Säugetieren etwa folgendermaßen abspielen: Die einfallenden Schallschwingungen werden die Basilarmembran in einer gewissen endlichen Breite in erzwungene Schwingungen versetzen[3]). Die Amplitude der erzwungenen Schwingung einer beliebigen ergibt sich zu[4])

$$a = \frac{b}{\sqrt{(n^2 - p^2)^2 + 4\,n^2 h^2}}$$

wobei b die Amplitude des einfallenden Schalles von der Schwingungszahl n. Ferner sei p die Eigenfrequenz des Grundtons der betrachteten Saite und h deren Dämpfung. Solange $n < p$ also für alle Töne, welche tiefer sind als der Eigenton der betrachteten Saite, wird die Amplitude a zwar relativ klein, aber doch von Null verschieden sein. Für tiefe Töne ändert sich die Amplitude der erzwungenen Schwingung nur sehr wenig mit der Tonhöhe. Liegt n dagegen in der Nähe des Eigentons p, so wächst a mit steigender Tonhöhe sehr rasch an. Für $n = p$ also für vollkommene Resonanz, wird $a = \frac{b}{2nh}$ und die Kurve $a = f(h, n)$ hat ein ausgeprägtes Maximum, welches um so schärfer wird, je kleiner die Dämpfung h ist bei gegebenen Werten für die Intensität b und die Schwingungszahl n. Das hohe, für das menschliche Gehörorgan beobachtete Auflösungsvermögen bezüglich der Tonhöhe in mittleren und hohen Lagen des musikalisch verwendbaren Tonbereichs verlangt, wie Max Wien[1]) gezeigt hat, so kleine Werte von h, daß damit das in gleicher Tonlage beobachtete zeitliche Auflösungsvermögen unvereinbar wird. Letzteres würde nämlich weit größere Werte der Dämpfung verlangen. Nach der hier vorgetragenen Hypothese denken wir uns die Dämpfung der Saite hinreichend klein, um das beobachtete phonische Auflösungsvermögen zu erklären, und zweitens trage jede Saite einen zweiten stark gedämpften Resonator (Tragbogen) von gleicher Schwingungszahl. Diese beiden bilden somit ein gekoppeltes System von zwei Resonatoren mit gleichem Eigenton, aber sehr verschiedener Dämpfung. Ist n gleich p, so führt zunächst die Saite mit der Schwingungszahl p freie, wenig gedämpfte Schwingungen aus. Infolge der Koppelung geht die Energie schon nach wenigen Schwingungen auf den Cortischen Bogen von gleicher Schwingungszahl über. Dieser letztere Resonator kommt infolge seiner starken Dämpfung sehr rasch zur Ruhe, und dadurch auch die mit ihm gekoppelte Saite.

Fühlen resp. hören können wir nur die Bewegung des stark gedämpften Resonators, nicht die der Saite, denn nur die Amplitude des Tragbogens ist derart gerichtet, daß die Hörzellen machanisch gereizt werden können. Die Wimpern (Hörhaare) ragen nämlich frei in die Endolymphe hinein, genau wie die Wimpern in den Ampullen der Bogengänge des

1) H. Held, Untersuchungen über den Bau des Ohrlabyrinths. Abh. d. sächs. G. d. W., Bd. 28, 1902.

2) G. Retzius, Gehörorgan d. Wirbeltiere Bd. II, S. 347. Stockholm 1884.

3) M. Wien weist l. c. darauf hin, daß, streng genommen, die ganze Membran in erzwungenen Schwingungen von relativ geringer Amplitude versetzt werden müßte.

4) M. Wien, l. c. S. 29.

1) l. c. S. 30 u. ff.

statischen Organs. Diese letzteren werden bekanntlich bei der Perzeption der Geschwindigkeitsänderung der Körperbewegung (Fahrt im Fahrstuhl, Anhalten des Bahnzuges) gereizt durch Bewegung transversal zu der ruhenden Lymphe der Bogengänge. Die Schwingungen des Cortischen Organs und damit auch die der Hörzellen und ihrer Wimpern können nur derart erfolgen, daß die Wimpern transversal zur ruhenden Lymphe, d. h. paralell der Längsrichtung der Saiten bewegt werden. Dagegen kann die transversale Schwingung der Basilarmembran keine relative Verschiebung der Lymphe gegen die Hörhaare hervorrufen. Was geschieht aber nun mit der Energie der erzwungenen Schwingungen bei Saiten mit tiefem Eigenton? Max Wien[1]) hat gezeigt, daß solche Saiten bei starker Intensität eines höheren Tons nun mit fremder Frequenz Schwingungen von sehr viel größerer Amplitude ausführen, als diejenigen sind, welche an ihm eben noch zur Perzeption gelangen sollten, im Fall, daß ihr Eigenton mit geringer Intensität auf sie einwirkt. Auch dieser Schwierigkeit wird durch unsere Hypothese begegnet. Die Schwingungen der Saite selbst können, wie wir gezeigt haben, nicht perzipiert werden, gleichviel, ob dieselbe freie Schwingungen mit der Frequenz ihres Eigentons ausführt oder erzwungene fremder Frequenz. Im ersteren Falle wirkt die Koppelung, weil die drei Schwingungszahlen des einfallenden Tons, die der Saite und diejenige ihres Cortischen Bogens zusammenfallen. Führt dagegen die Saite Schwingungen von großer Amplitude und fremder Frequenz aus, so kann die Energie nicht auf den Cortischen Bogen übertragen werden, da die Koppelung jenen nur dann zum Mitschwingen bringt, wenn die Saite mit der Frequenz ihres gemeinsamen Eigentons erregt wird. Damit scheint mir die zweite große Schwierigkeit, auf welche Max Wien hingewiesen hat, beseitigt.

Die hier vertretenen speziellen Ausführungen über den Hörakt, die Reizung der Hörhaare und die spezielle Annahme, daß in erster Linie die Cortischen Bögen samt den übrigen Stützzellen den gesuchten zweiten Resonator darstellen, sind natürlich nicht die einzige Möglichkeit. Man könnte natürlich ebensogut den beiden Einwänden von Max Wien Rechnung tragen, wenn man an Stelle der Bogen die Hörzellen selbst als ein System stark gedämpfter Resonatoren auffassen würde, denn auch ihre Länge wächst homolog mit derjenigen der Saiten. Ich halte die erstere Annahme auf Grund der Phylogenese und Ontogenese für die wahrscheinlichere. Es muß uns vorläufig genügen, zu zeigen, daß die Annahme eines zweiten homologen Systems von Resonatoren von großer Dämpfung sich durch den anatomischen Befund wahrscheinlich machen läßt.

Es darf wohl ferner angenommen werden, daß die den Hörzellen beim Hörakt übermittelte Schwingungsenergie in Wärme umgewandelt wird und dadurch zu elektrischen Erscheinungen in den Fasern des Nervus cochlearis, welche an den Hörzellen enden, Veranlassung gibt. Aus den Versuchen, die Marx[1]) über die selektive Zerstörung der Basilarmembran durch wiederholte intensive Einwirkung einzelner Töne veröffentlicht hat, geht hervor, daß nur das Cortische Organ, nicht aber die Saiten der Basilarmembran zerstört werden. Auch dieser Befund scheint mir zugunsten meiner Auffassung zu sprechen. Hören ist also letzten Endes taktile Reizung einer bestimmten Stelle der Skale. Die Intensität der Reizung gibt uns ein Maß für die Schallstärke, der Rhythmus dieser Reizung läßt uns den Rhythmus der Sprache und Musik fühlen und die relative Tonhöhe wird uns durch Distanzschätzung einer linearen Größe vermittelt, analog wie die Tiefenwahrnehmung durch unser Auge auf eine lineare Distanzschätzung auf der Netzhaut zurückgeführt wird. Doch darf bei diesem Vergleich der eindimensionale Charakter der Resonatorenreihe und damit auch derjenige der Tonreihe selbst nicht übersehen werden.

Daß die von Helmholtz gegebene physikalische Theorie der Konsonanz und Dissonanz der Akkorde auf Grund der Schwebungen der Obertöne ohne weiteres von dem Saitensystem der Basilarmembran auch auf jede beliebige andere Reihe von Resonatoren übertragen werden darf, daß der Dämpfungsgrad hierbei keine Rolle spielt, braucht wohl kaum besonders hervorgehoben werden. Die Ursache der Dissonanz, die Schwebungen der Obertöne entsprechen einer ungeordneten Reizung, einem Kitzeln der Hörhaare durch die Lymphe. Bei der Konsonanz dagegen ist die Reizung eine kontinuierliche. Die Gegensätze Kitzeln und Streicheln, die Empfindung des Flackerns und diejenige des kontinuierlichen Lichtes, und endlich den Gegensatz von Dissonanz und Konsonanz, dürfen wir somit wohl als völlig homologe Erscheinung betrachten.

Zugunsten der hier vorgeschlagenen Erweiterung der Helmholtzschen Theorie des Hörens ließen sich leicht noch weitere Gründe anführen. Vor allem wird jetzt verständlich,

1) l. c. S. 31.

1) Z. f. Ohrenheilkunde **59**, 333, 1909.

warum das Cortische Organ in der aufsteigenden Reihe der Wirbeltiere erst relativ spät in Erscheinung tritt und warum dasselbe bei der Katze weiter differenziert ist als beim Meerschweinchen oder Kaninchen und warum endlich beim Menschen weit stärker differenziert als bei der Katze[1]). Auch die Befunde der Embryologie des Menschen[2]) und der höheren Wirbeltiere zeigen in eklatanter Weise, daß das Cortische Organ und seine immer höhere Vervollkommnung durch Erweiterung der Tunnelräume[3]), durch Steigerung der Zahl der Saiten, der Bögen und der Hörzellen und durch Verlängerung der Hörhaare[4]) das Endglied einer überaus komplizierten Entwicklung darstellt. Ja für den Menschen ist nachgewiesen, daß die definitive Ausbildung der Tunnelräume sogar erst ein bis zwei Jahre nach der Geburt zum Abschluß kommt, also zu der Zeit, wo das Kind auf die Sprache zu hören beginnt, und nun lernen soll, die scharfen und unter sich so ähnlichen Rhythmen der Konsonanten zu unterscheiden und zu reproduzieren. Diese Andeutungen müssen uns leider hier genügen. Vielleicht ist es mir trotz der knappen Darstellung gelungen, zu zeigen, daß die Hörtheorie von Helmholtz uns heute, wo wir über ein viel ausgedehnteres physiologisches und vergleichend-anatomisches Beobachtungsmaterial als noch vor wenigen Jahrzehnten verfügen, noch immer als Führerin dienen kann, ist sie doch geeignet, in einer Zeit, wo alle Disziplinen auseinanderstreben, die weitesten Gebiete menschlichen Wissens zu umspannen und dadurch dem einzelnen neue Wege der Forschung zu weisen.

1) G. Retzius, l. c. Bd. II, S. 345 und 348.
2) Baginsky, Entwicklung der Gehörschnecke. Arch. f. Mikr. Anatomie **28**, 1886. Siebenmann, Mittelohr und Labyrinth in Bardeleben's Handbuch der Anatomie 1898.
3) G. Retzius, l. c. II, S. 347.
4) H. Held, l. c. Tafel V, Figur 40.

(Eingegangen 13. Juni 1910.)

BESPRECHUNGEN.

Wo. Ostwald, Grundriß der Kolloidchemie. gr. 8. XIV u. 525 S. Mit einem Porträt von Th. Graham. Dresden, Th. Steinkopf. 1909. M. 12.—, geb. M. 13,50.

Es liegt hier das Jugendwerk eines talentvollen Forschers vor, der über sehr umfangreiche Literaturkenntnise verfügt und dieselben in ausgedehntem Maße in seinem Buche verwertet.

Die Erkenntnis der räumlichen Diskontinuität der Kolloidlösungen und ihre nähere Untersuchung eröffnet der Kolloidchemie neue und eigenartige Forschungsgebiete. Den Teilchen der Kolloidlösungen wendet sich das Interesse zu, ihrer Größe und räumlichen Verteilung, ihren Beziehungen zueinander und zu der umgebenden Flüssigkeit, den Energiearten, welche diese Beziehungen regeln.

In ihrer Bedeutung für die Kolloidlösungen lassen sich die Teilchen einerseits vergleichen mit den Molekülen der gelösten Kristalloide, andererseits etwa mit den Tonteilchen in einer Kaolinsuspension oder mit den Blutkörperchen im Blute.

Gegenüber den viel einfacheren Verhältnissen bei den Kristalloidlösungen, weisen die Hydrosole viele spezifische Eigentümlichkeiten auf, und sie unterliegen allen möglichen zeitlichen Änderungen, die zurückgeführt werden können auf allmähliche Änderungen der Teilchen selbst oder ihrer räumlichen Verteilung.

Vielfach enden solche Veränderungen mit der Entstehung einer Gallerte, deren Struktur seit langem das Interesse der Biologen erregt, und dieses Interesse der Biologen für die Kolloide macht es begreiflich, daß die neuen Forschungsgebiete von den verschiedensten Seiten intensiv bearbeitet werden, und daß die Zahl der Publikationen mächtig anwächst.

In dem vorliegenden Werke wird eine eingehende Systematik der den Kolloiden eigentümlichen Eigenschaften und der Zustandsänderungen der Kolloide gegeben, soweit chemische Reaktionen nicht in Betracht kommen; erschwert wird diese Aufgabe durch das ungemein vielseitige Verhalten der Kolloide, durch das Hineinspielen der Individualität der zerteilten Substanzen und das chemischer Reaktionen, deren Wirkung nicht immer klar erkannt werden kann.

Zerteilungen („Dispersionen") einer Substanz in einer anderen werden vom Verfasser eingeteilt in 9 Klassen, je nach der „Formart" (dem Aggregatzustand) der zerteilten Materie („dispersen Phase") und der „Formart" des Mediums („Dispersionsmittels").

Man erhält so die Systeme:

1. $F + F$ (z. B. gefärbtes Steinsalz; Rubinglas).
2. $F + Fl$ (z. B. Mineralien mit flüssigen Einschlüssen).
3. $F + G$ (z. B. Mineralien mit gasförmigen Einschlüssen).
4. $Fl + F$ (Suspensionen und „Suspensoide").
5. $Fl + Fl$ (Emulsionen und „Emulsoide").
6. $Fl + G$ (Schäume).
7. $G + F$ (Rauch; kosmischer Staub).
8. $G + Fl$ (Nebel).
9. $G + G$.

Für die Kolloidchemie kommen hauptsächlich die Systeme mit flüssigem Dispersionsmittel in Betracht. Je nachdem die zerteilten Körper aus mikroskopischen oder aus ultramikroskopischen Teilchen bestehen, erhält man gewöhnliche Suspensionen und Emulsionen oder bei ultramikroskopischer Zerteilung: kolloidale Lösungen. Auch die gewöhnlichen kristalloiden Lösungen, welche mit den Kolloiden durch zahlreiche Übergänge verknüpft sind, betrachtet Verfasser im Sinne der Molekulartheorie als dispers und bezeichnet sie als molekular disperse Systeme.

Verfasser sieht (mit Höber) die Verschiedenheiten, welche zwischen Kolloiden vom Typus des Eiweißes einerseits und vom Typus des kolloidalen Goldes

andererseits bestehen, an als bedingt durch den Aggregatzustand der Teilchen und reiht die ersteren (als „Emulsoide") der Klasse 5, die letzteren (als „Suspensoide") der Klasse 4 ein.

Da wir aber zurzeit kein einwandfreies Mittel besitzen, den Aggregatzustand der Ultramikronen festzustellen (abgesehen von der magneto-optischen Methode von Cotton und Mouton und der Beobachtung der Polarisationserscheinungen an Submikronen nach Siedentopf[1]), so muß diese Einteilung als etwas willkürlich bezeichnet werden; denn, wenn Verf. auch mancherlei Gründe anführt, die zugunsten dieser Einteilung sprechen, so genügt der Vergleich des fein zerteilten Quecksilbers mit den übrigen Metallkolloiden, um zu erkennen, daß der Aggregatzustand der zerteilten Materie nicht notwendig bestimmend ist für deren Verhalten.

Nach einer sehr lesenswerten Darstellung der Geschichte der Kolloidchemie (S. 1—70) behandelt Verfasser im allgemeinen Teil (S. 79—149) die Topographie der Kolloide, die schon besprochene Einteilung disperser Systeme, die Energetik der „Dispersoide".

Der spezielle Teil (S. 149—509) behandelt die Methoden der Kolloidchemie, die mechanischen, optischen, elektrischen und magnetischen Eigenschaften der Kolloide, endlich ihre Zustandsänderungen, darunter die Gelatinierung, Quellung, Adsorption.

Verfasser gibt (S. 249—253) eine systematische Topographie der Zustandsänderungen, die der weiteren Einteilung des Buches zugrunde liegt. Es werden hier die „Änderungen des Disperitätsgrades mit oder ohne Änderung der Homogenität der räumlichen Verteilung", oder die Änderungen der letzteren mit oder ohne Änderung der ersteren besprochen. Ostwald gelangt so zu 12 Klassen von Zustandsänderungen, die dann im einzelnen näher besprochen werden.

Die mannigfachsten Beobachtungen der verschiedensten Forscher werden als Beispiele dem System, welches die Hauptsache bleibt, eingeordnet.

Nicht immer ist der Inhalt aller Arbeiten oder der Standpunkt der Autoren richtig wiedergegeben. Ref. möchte aber ein Eingehen darauf unterlassen mit Rücksicht auf die große Zahl der zitierten Arbeiten, deren genaue und vollständige Durchsicht im Originale dem Verf. nur mit ungewöhnlichem Zeitaufwande möglich gewesen wäre. R. Zsigmondy.

1) Beide Methoden können zur Entscheidung der obigen Frage nur in einzelnen Fällen herangezogen werden.

Handbuch der gesamten medizinischen Anwendungen der Elektrizität einschließlich der Röntgenstrahlen. In 3 Bänden. Herausgegeben von H. Boruttau und L. Mann. Mitherausgeber für den Röntgenband: M. Levy-Dorn und P. Krause. Band I. Lex. 8. XVI u. 599 S. Leipzig, Dr. W. Klinkhardt. 1909. M. 30.—, gebunden M. 32.50

Für das groß angelegte Werk hat sich eine Reihe hervorragender Mitarbeiter zusammengefunden. Im ersten Abschnitt des vorliegenden Bandes bringt H. Starke auf etwa hundert Seiten die physikalischen Grundlagen der Elektrizitätslehre. Man kennt die Darstellungsgabe des Verfassers aus seinem vortrefflichen Buche „Experimentelle Elektrizitätslehre", das allgemeine Anerkennung gefunden hat (vgl. das Referat in dieser Zeitschr. **6**, 26, 1905). Als besonders gelungen möchte der Referent den von G. Bredig verfaßten zweiten größeren Abschnitt bezeichnen, welcher „Physikalische Chemie und Elektromedizin" behandelt. Der Abschnitt dürfte für die Leser dieser Zeitschrift von besonderem Interesse sein, indem hier die Haupttehren der physikalischen Chemie auf engem Raum in überaus einleuchtender und anschaulicher Weise vorgetragen werden. Es werden so behandelt die Theorie der Lösungen und der Ionen, die elektrolytische Leitung, elektromotorische Kräfte und elektrolytische Zersetzung, elektrische Endosmose und Kataphorese, die Kolloide, kapillarelektrische Erscheinungen, ferner die von dem Verfasser neuerdings mit so glücklichem Erfolg behandelte pulsierende chemische Katalyse und ihre begleitenden elektrischen Erscheinungen, endlich die Wirkung stiller Entladungen. Dem gesamten Abschnitte dürfte auch der Physiker manche Anregung entnehmen können. Es folgt ein kürzeres Kapitel, in welchem W. Nernst die von ihm entwickelte physikalisch-chemische Theorie der elektrischen Nervenreizung auseinandersetzt, durch welche es wohl zum ersten Male ermöglicht wird, einen Erregungsprozeß einer exakten mathematisch-physikalischen Behandlungsweise zu unterwerfen. In den weiteren Abschnitten behandelt H. Boruttau die allgemeine medizinische Elektrotechnik, sodann die Elektrophysiologie und Elektropathologie und F. Battelli die Schädigungen durch Elektrizität. Bei der Durchsicht dieser Abschnitte will es dem Referenten scheinen, als ob aus vielen Stellen der Physiker die Anregung zu nützlichem und aussichtsvollem Eingreifen entnehmen könnte. A. Coehn.

Des Coudres über Abegg.

In seinem Nekrolog über Abegg (diese Zeitschr. 11, 425) behauptet Des Coudres, ich sei weder Abeggs noch seiner Schüler Leistungen gerecht geworden und hätte es nicht werden können, da ich in meiner Kasseler Rede dem 2. Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie keine ganz allgemeine Bedeutung zuerkannt hätte.

Diese Behauptung ist durchaus unrichtig, denn erstens liefert die populäre Kasseler Rede keinen Maßstab für meine Beurteilung des 2. Hauptsatzes und zweitens besteht kein Zusammenhang zwischen der Beurteilung des 2. Hauptsatzes und den Leistungen Abeggs.

Im Gegensatz zu Des Coudres behaupte ich vielmehr, daß unter allen Chemikern, die sich vorzugsweise mit organischer Chemie beschäftigen, keiner ist, der schon vor etwa 14 Jahren in seinem Institut der physikalischen Chemie eine besondere Abteilung zugewiesen hat, und keiner, dem Abegg für sein Vorwärtskommen soviel zu danken hat wie mir.

Ich habe ihn als Abteilungsvorsteher hierher gerufen, habe ihn dann alsbald als Extraordinarius vorgeschlagen, wozu er auch ernannt wurde. — Später ist er auf meinen Antrag von der hiesigen Fakultät zum Ordinarius vorgeschlagen worden, worauf aber das Ministerium nicht einging.

Daß ich nicht darauf bestand, daß Abegg mein Nachfolger wurde, und das ist wohl der Grund, weshalb Des Coudres mich ungerecht gegen Abegg nennt, rührt daher, daß ich es nicht für richtig gehalten hätte, in Breslau zwei Ordinariate für physikalische Chemie zu schaffen und an der Universität die anderen Teile dieser Wissenschaft überhaupt nicht vertreten zu sehen, ganz im Gegensatz zu der Besetzung der Chemie an allen anderen deutschen Universitäten.

Den Vorwurf, daß ich gegen Abegg nicht gerecht gewesen sei, kann ich um so eher zurückweisen, als ich mich seit 40 Jahren mit der Geschichte der Chemie beschäftige und meine Ansichten darüber niemals als ungerecht angegriffen wurden, während ich doch zweifellos mehr als

jeder andere Chemiker die Verdienste und Leistungen derselben gegeneinander abzuwägen hatte.

A. Ladenburg.

Zu den ihm in der Korrektur gesandten Ausführungen Ladenburgs schreibt Des Coudres der Redaktion:

Die auf Ladenburg bezüglichen beiden Sätze des Nekrologes lauteten: „Zwar erfreute sich Abegg von seiten des Institutsdirektors aller wohlwollenden Unterstützung und dankenswerter Selbständigkeit. Andererseits aber konnte ein Forscher, der den zweiten Hauptsatz so gering bewertet, daß er in seinem Casseler Bekenntnisvortrage unter Gesetzen von nicht ganz allgemeiner Bedeutung das Carnot-Clausiussche Gesetz über die Verwandlung von Wärme in Arbeit zwischen dem Faradayschen Gesetze der Elektrolyse, und zwischen dem Reflexionsgesetz der Lichtstrahlen anführt, mit dem besten Willen den Leistungen Abeggs und seiner Schüler nicht voll gerecht werden."

Was daraufhin Ladenburg über seine Förderungsbemühungen und über seine Hochschätzung Abeggs mitteilt, wird die Freunde Abeggs und die Freunde Ladenburgs in gleicher Weise mit Genugtuung erfüllen. Zur Rechtfertigung meines zweiten Satzes muß ich anführen, daß Abegg während seiner Breslauer Lehrtätigkeit, laut brieflicher Belege, oft darüber klagte, bei Beurteilung der von ihm veranlaßten Doktorarbeiten und bei Beurteilung seiner Leute im Examen von seiten Ladenburgs nicht das gewünschte Verständnis zu finden. Diese Schwierigkeit für Abeggs Wirken durfte in einem Nachrufe nicht unangedeutet bleiben. Suchte ich Ladenburgs optima fide von der Abeggschen abweichende Wertungsweise physikalisch-chemischer Leistungen durch die Äußerung über den zweiten Hauptsatz in einem populären Vortrage dem Leser verständlich zu machen, so ist das natürlich eine rein subjektive Ansicht und Ladenburgs gutes Recht ist es, sie nicht zu teilen. Immerhin scheint es mir dankenswert, daß sich Ladenburg über die beanstandete Stelle seiner Rede noch einmal authentisch geäußert hat.

Tagesereignisse.

82. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte, Königsberg, den 18. bis 24. September 1910. Das ausführliche Programm der Versammlung wird im Laufe der nächsten Wochen versandt. Diejenigen Herren Interessenten, welche das Programm aus irgend einem Grunde nicht erhalten haben sollten, werden höflichst gebeten, sich wegen kostenloser Zusendung an die Geschäftsstelle der Versammlung, Königsberg, Koggenstraße 25/26, zu wenden. Zur Erleichterung der Reise sind eine Anzahl von Extrazügen in Aussicht genommen, für welche eine Fahrpreisermäßigung von 40 Proz. in 2. und 3. Klasse gewährt wird. Die Fahrstrecken sind: Köln—Hannover—Berlin—Königsberg, Frankfurt a. M.—Gießen—Marburg—Kassel—Halle—Kottbus—Posen—Königsberg, Breslau—Posen—Königsberg. Näheres enthält das Programm.

Landolt-Börnstein-Tabellen. Der heutigen Nummer liegt eine von den Herren Geheimrat Prof. Dr. R. Börnstein und Prof. Dr. W. A. Roth unterzeichnete Mitteilung über die beabsichtigte Neuherausgabe der „Physikalisch-chemischen Tabellen" von Landolt-Börnstein bei, in der die Herren Fachgenossen um Mitteilung von Mängeln der letzten Ausgabe und Änderungswünschen gebeten werden.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Berlin Dr.-ing. Dr. phil. Leon Lichtenstein für reine Mathematik, an der Bergakademie Berlin Dr. Ernst Rudolfi für physikalische Chemie, an der Universität Berlin Dr. Otto Reichenheim für Physik.

Ernannt: Dr. H. W. Morse zum Assistant Professor für Physik an der Harvard-Universität Cambridge, Dr. E. M. Wellisch zum Assistant Professor für Physik an der Yale-Universität New-Haven, der Assistant Professor Dr. O. D. Kellogg zum Professor der Mathematik an der Universität von Missouri, der Privatdozent an der Universität Göttingen Dr. Conrad Müller zum etatsmäßigen Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Hannover, der Privatdozent am Polytechnikum Budapest Dr. Gyula Szilagyi zum a. o. Professor für chemische Technologie an derselben Hochschule, der Professor an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Philipp Furtwängler zum etatsmäßigen Professor der Mathematik an der Landwirtschaftlichen Hochschule Bonn-Poppelsdorf, der Privatdozent der Mathematik an der Deutschen Technischen Hochschule Brünn Dr. Ernst Fischer, der Privatdozent der mechanischen Technologie an der Technischen Hochschule Wien Dr. Paul Ludwik zu a. o. Professoren, der Privatdozent an der Universität Heidelberg Dr. Erich Ebler zum a. o. Professor der Chemie (nicht Mathematik, wie irrtümlich S. 608 mitgeteilt).

Berufen: Der ord. Professor an der Technischen Hochschule Danzig Dr. Max Wien zum ord. Professor für Experimentalphysik an die Universität Jena.

Verliehen: Dem Privatdozenten für Chemie an der Universität Marburg Dr. Karl Fries der Titel Professor.

Auszeichnung: Der a. o. Professor für elektrische Messungen an der Universität Lausanne Dr. Paul L. Mercanton erhielt den Preis der Stiftung Louis Agassiz.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Chemie an der Universität Würzburg Dr. Julius Tafel (zum 1. Oktober 1910), der ord. Professor für kosmische Physik an der Universität Wien Hofrat Dr. Julius Hann.

Gestorben: Der ord. Professor der anorganischen Chemie an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Hugo Erdmann, der frühere Direktor der Sternwarte zu Mailand Dr. Giovanni Schiaparelli, Senator des Königreichs Italien, der Professor der Mathematik an der Universität Paris Dr. Louis Raffy.

Gesuche.

Physiker,

der speziell mit dem Gebiet der Gasentladungen vertraut ist, für das Laboratorium einer Fabrik **sofort gesucht.** Offerten unter **S. H. 323** an die Expedition dieser Zeitschrift.

Physiker, Dr. phil.,

mit langjähriger Assistentenpraxis, auch in der Technik bereits tätig gewesen, **sucht** Stellung in Technik bzw. Industrie. Gef. Off. unter **G. H. 1498** an den Verlag dieser Zeitschrift.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.